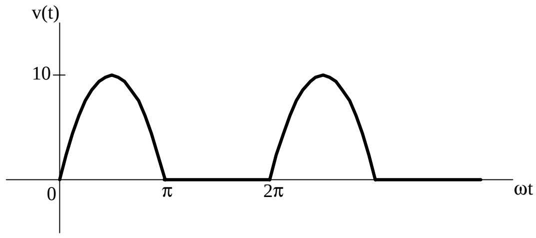
3. Aplicación de la serie de Fourier a la resolución de un cicuito eléctrico

A un circuito serie RL de parámetros R = 1 Ω, L = 0.01/π H, se le ha aplicado la tensión de salida de un rectificador de media onda. Si el valor máximo de la tensión rectificada es 10 V y la frecuencia 50 Hz, Calcular la corriente que circula por el circuito, en régimen permanente.



En primer lugar es necesario descomponer la tensión del generador según la serie trigonométrica de Fourier. La función para la forma de onda de la figura queda definida de la siguiente forma:

La función es: $$\begin{cases} v(t) = 10\,\mathrm{sen}\,\omega_1 t & para \quad 0 < \omega t < \pi \\ v(t) = 0 & para \quad \pi < \omega t < 2\pi \end{cases}$$

con un periodo: $$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02\ s$$

y una pulsación: $$\omega_1 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi 50 = 100\pi\ {}^{rad}\!/\!{}_{s}$$

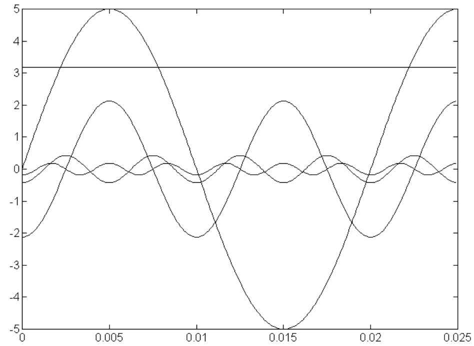
Los coeficientes de Fourier son:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt = \frac{10}{\pi}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos n\omega_1 t dt = \frac{20}{\pi(1-n^2)} \qquad para \quad n = par$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\,\mathrm{sen}\,n\omega_1 t dt = 0 \qquad para \quad n \neq 1$$

$$b_1 = 5$$



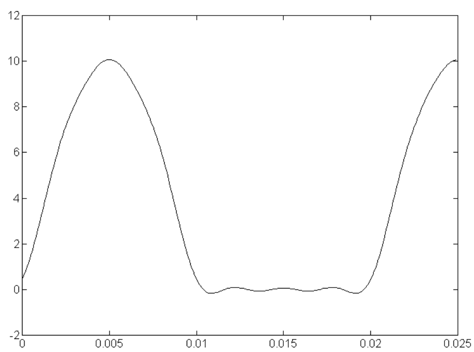
Representación de los 5 primeros términos de la serie de v(t).

Los coeficientes son cada vez más pequeños con forme aumenta *n*, por tanto tomando un número reducido de ellos no se cometerá mucho error.

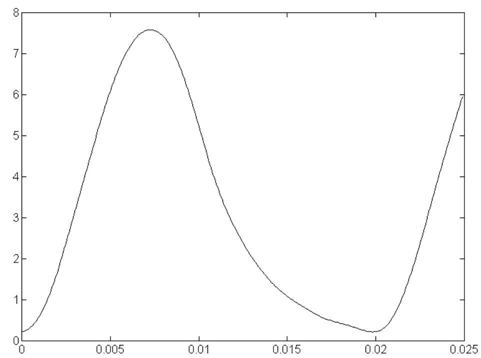
n	0	1	2	3	4	5	6
a_n	$\frac{10}{\pi}$	0	$-\frac{20}{3\pi}$	0	$-\frac{20}{15\pi}$	0	$-\frac{20}{35\pi}$
b_n	---	5	0	0	0	0	0

Tomando cinco términos para la serie, la tensión del generador es:

$$\boxed{v(t) = \frac{10}{\pi} + 5\,\mathrm{sen}\,100\pi t - \frac{20}{3\pi}\cos 200\pi t - \frac{20}{15\pi}\cos 400\pi t - \frac{20}{35\pi}\cos 600\pi t + \cdots\cdots \quad V}$$



Forma de onda para v(t) con los 5 primeros términos de la serie.



Forma de onda para i(t) con los 5 primeros términos de la serie.

y la corriente en el circuito es:

n	0	1	2	3	4	5	6
$\overline{Z}_n = \sqrt{1+n^2}\,\underline{\vert \operatorname{arctg} n}$	1	$\sqrt{2}\,\underline{\vert 45^o}$	$\sqrt{5}\,\underline{\vert 63.43^o}$	$\sqrt{10}\,\underline{\vert 71.57^o}$	$\sqrt{17}\,\underline{\vert 75.96^o}$	$\sqrt{26}\,\underline{\vert 78.69^o}$	$\sqrt{37}\,\underline{\vert 80.54^o}$
$\overline{V}_n$	$\frac{10}{\pi}$	$5\,\underline{\vert 0^o}$	$-\frac{20}{3\pi}\,\underline{\vert 0^o}$	0	$-\frac{20}{15\pi}\,\underline{\vert 0^o}$	0	$-\frac{20}{35\pi}\,\underline{\vert 0^o}$
$\overline{I}_n = \frac{\overline{V}_n}{\overline{Z}_n}$	$\frac{10}{\pi}$	$\frac{5}{\sqrt{2}}\,\underline{\vert -45^o}$	$-\frac{20}{3\sqrt{5}\pi}\,\underline{\vert -63.13^o}$	0	$-\frac{20}{15\sqrt{17}\pi}\,\underline{\vert -75.96^o}$	0	$-\frac{20}{35\sqrt{37}\pi}\,\underline{\vert -80.54^o}$

$$\boxed{i(t) = \frac{10}{\pi} + \frac{5}{\sqrt{2}}\operatorname{sen}(100\pi t - 45^o) - \frac{4\sqrt{5}}{3\pi}\cos(200\pi t - 63.4^o) - \frac{20\sqrt{17}}{255\pi}\cos(400\pi t - 75.96^o) - \frac{20\sqrt{37}}{1295\pi}\cos(600\pi t - 80.5^o) + \cdots\cdots \quad A}$$

El término correspondiente a $n=1$ es de una función seno (términos de b_n), mientras que el resto corresponden a funciones coseno (términos de a_n).