5. Espectro de Fourier

Consideremos dos funciones, una seno y otra coseno: $f_1(t) = a\cos\omega t$ $\quad f_2(t) = b\,\text{sen}\,\omega t$

La suma de estas dos funciones será: $f_1(t) + f_2(t) = a\cos\omega t + b\,\text{sen}\,\omega t$

Expresando las funciones trigonométricas en forma compleja y sumando:

$$\left.\begin{aligned}\overline{F}_1 &= a\underline{|0^\circ} = a + j0\\ \overline{F}_2 &= b\underline{|-90^\circ} = 0 - jb\end{aligned}\right\} \quad \overline{F}_1 + \overline{F}_2 = a - jb = \sqrt{a^2+b^2}\,\underline{\left|-\operatorname{arctg}\frac{b}{a}\right.}$$

y en forma temporal la suma será: $f_1(t) + f_2(t) = \sqrt{a^2+b^2}\cos\left(\omega t - \operatorname{arctg}\dfrac{b}{a}\right)$

Según esto, una función periódica que ha sido desarrollada en serie trigonométrica de Fourier:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty}\left(a_n\cos n\omega_1 t + b_n\,\text{sen}\,n\omega_1 t\right)$$

puede escribirse en la forma: $\boxed{f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n\cos(n\omega_1 t + \alpha_n)}$

donde: $\boxed{A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}}$ y $\boxed{\alpha_n = -\operatorname{arctg}\dfrac{b_n}{a_n}}$

La función *f(t)* queda definida por una constante e infinitas funciones coseno que reciben el nombre de ***armónicos***, siendo el de orden *n=1* el primer armónico, de frecuencia igual a la frecuencia fundamental y el resto de frecuencia superior.

Las representaciones gráficas:

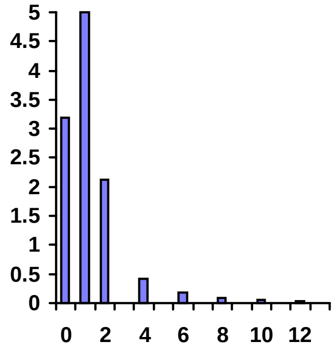
- $\boldsymbol{A_n}$ frente a $\boldsymbol{\omega}$ recibe el nombre de ***espectro de amplitudes*** de la serie trigonométrica de Fourier. Corresponde a una representación de líneas verticales a la frecuencia del armónico y de longitud igual a su amplitud.
- $\boldsymbol{\alpha_n}$ frente a $\boldsymbol{\omega}$ recibe el nombre de ***espectro de fase*** de la serie trigonométrica de Fourier.

El análisis de los espectros de amplitudes y fase de la serie trigonométrica de Fourier, permite estudiar la influencia de cada armónico en la composición de la función periódica. El espectro de amplitudes de funciones periódicas que contienen discontinuidades, por ejemplo, las ondas cuadradas, pulsos y dientes de sierra, está formada por líneas que decrecen lentamente. Por el contrario si la forma de onda periódica no contiene discontinuidades y es de aspecto suave, el espectro de amplitudes está formado por líneas que decrecen rápidamente. En el primer caso es necesario elegir bastantes términos de la serie para generar la onda *f(t)*, mientras que en el segundo caso basta con pocos términos para generar la onda.

El espectro de Fourier de la forma de onda de tensión del apartado 3, se muestra en la figura, hasta *n=12*. Observar como las amplitudes de los armónicos decrecen rápidamente.

n	0	1	2	3	4	5	6
$V_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$	$\frac{10}{\pi}$	5	$\frac{20}{3\pi}$	0	$\frac{20}{15\pi}$	0	$\frac{20}{35\pi}$
$\alpha_n = -\operatorname{arctg}\frac{b_n}{a_n}$	---	-90º	-180º	0	-180º	0	-180º

(Hacer el ejercicio 13.1 y 13.2)



Espectro de Fourier de la tensión v(t).