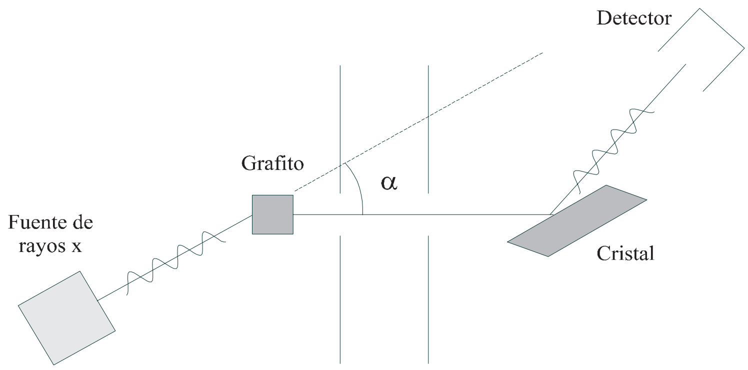
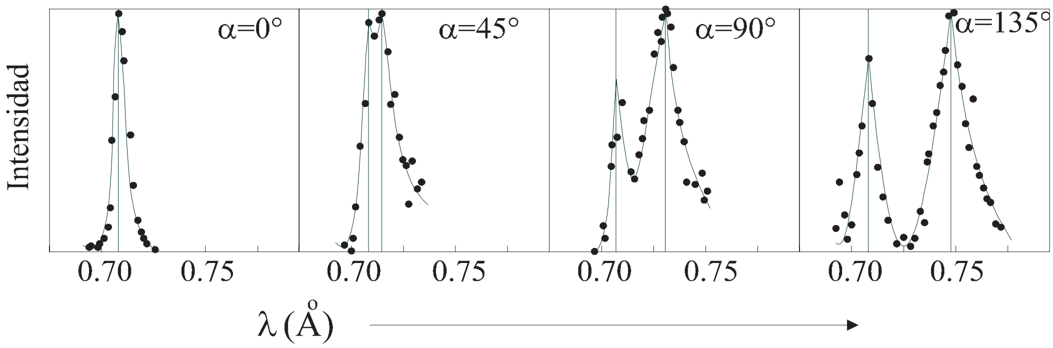
# El efecto Compton.

En este apartado vamos a ver un nuevo fenómeno que fue crucial en el establecimiento de la existencia de los fotones y es el efecto Compton. Compton estudió experimentalmente la dispersión de rayos X por grafito, utilizando la disposición que se muestra en la figura.




La radiación generada por una fuente de rayos X es dispersada por el grafito. El colimador permite estudiar la radiación dispersada bajo un ángulo $\alpha$. Por último, el cristal nos permite, mediante la reflexión de Bragg, estudiar la composición de la radiación dispersada en longitudes de onda. Lo que Compton encontró experimentalmente es lo que se muestra en la siguiente figura.

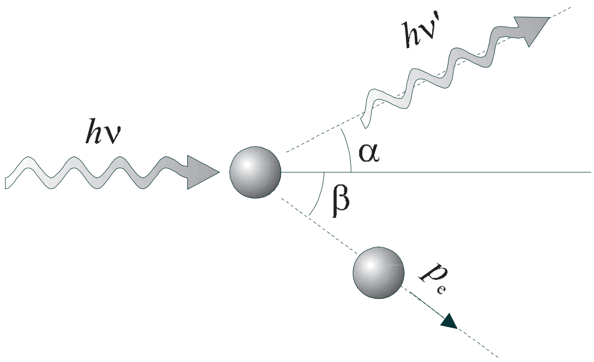



Para $\alpha = 0$ lo que aparece es un pico característico de la dispersión Thompson, de modo que la longitud de onda de la radiación dispersada es igual a la de la radiación de rayos X incidente. Sin embargo, si aumentamos el ángulo de dispersión, nos encontramos con que aparece un segundo pico a una longitud de onda distinta. Este segundo pico no se puede explicar de acuerdo con la teoría clásica. Como podemos observar, cuando aumentamos $\alpha$ aumenta la longitud de onda del segundo pico. Este corrimiento en la longitud de onda es lo que se denomina el efecto Compton. También se encontró experimentalmente, que el corrimiento en la longitud de onda no dependía del material, sino únicamente del ángulo de dispersión $\alpha$. Además, también se encontró que para materiales constituidos por átomos ligeros, como en el grafito, la intensidad del segundo pico es grande, mientras que para constituidos por átomos más pesados la intensidad del segundo pico disminuye e incluso puede desaparecer. Todos estos hechos experimentales llevaron a Compton a pensar que el corrimiento en la longitud de onda se podía deber a los electrones menos ligados del grafito. Esta hipótesis nos permite justificar los dos hechos mencionados. Por un lado, para átomos pesados la proporción entre electrones fuertemente ligados y poco ligados es grande y por tanto, es más probable que la radiación sea dispersada por un electrón fuertemente ligado. Por otro lado, si la radiación es dispersada por electrones poco ligados, la dispersión no dependerá de la estructura electrónica interna del átomo y por tanto no dependerá del material.

Compton consiguió explicar el corrimiento en la longitud de onda analizando la colisión entre un fotón y un electrón que está prácticamente libre y sale del átomo. Como hemos visto en el apartado anterior, los fotones se comportan como partículas indivisibles y les hemos asociado una energía que era la del cuanto de Planck, es decir, $h\nu$. De acuerdo con el electromagnetismo, si la radiación electromagnética está compuesta de fotones, los fotones deben viajar a la velocidad de la luz y por tanto tienen masa nula, y la relación entre su energía y su cantidad de movimiento es:

$$E = pc$$

Esta ecuación nos permite asociar una cantidad de movimiento a los fotones. Como dijimos anteriormente, Compton analizó la colisión entre un fotón y un electrón libre. Esta colisión es la que se esquematiza en la siguiente figura.




Antes de la colisión el fotón tiene una energía $h\nu$ y el electrón se encuentra en reposo. Tras la colisión el fotón tiene una energía $h\nu'$ y su dirección forma un ángulo $\alpha$ con la horizontal. Por su parte, el electron tendrá una cantidad de movimiento $p_e$ que forma un ángulo $\beta$ con la horizontal. Vamos a aplicar los principios de conservación a esta colisión suponiendo que, lógicamente, se trata de una colisión elástica. Por la conservación de la cantidad de movimiento, si el fotón se dirige hacia arriba después de la colisión, el electrón se dirigirá hacia abajo. El principio de conservación de la cantidad de movimiento se puede expresar mediante las siguientes dos ecuaciones:

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c}\cos\alpha + p_e\cos\beta$$

$$\frac{h\nu'}{c}\sin\alpha = p_e\sin\beta$$

Por otro lado, la conservación de la energía se expresa mediante la siguiente ecuación:

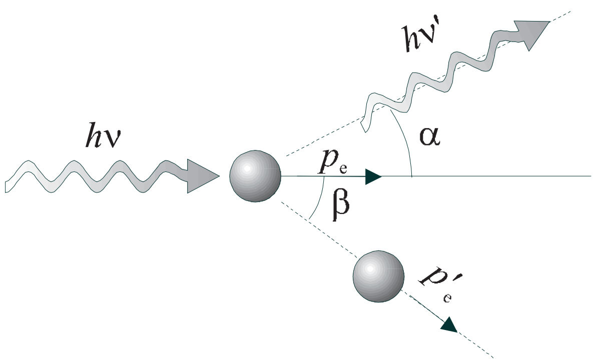
$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2}$$

Mediante transformaciones más o menos sencillas, se puede obtener la siguiente expresión:

$$\lambda' - \lambda = \frac{hc}{m_e c^2}\,(1 - \cos\alpha)$$

Que nos da la diferencia entre la longitud de onda de la radiación incidente y la dispersada. Esta ecuación es la que utilizó Compton para justificar el corrimiento en la longitud de onda que había encontrado experimentalmente. Si nos fijamos en esta ecuación, el término de la derecha es siempre positivo, lo que nos indica que la longitud de onda del fotón dispersado es mayor que la del incidente. Este resultado es lógico ya que en la colisión el fotón pierde parte de su energía para cedérsela al electrón, por tanto su frecuencia disminuye y su longitud de onda aumenta. Cuanto mayor sea el ángulo de desviación $\alpha$ mayor es la energía perdida por el fotón y por tanto, mayor el corrimiento en la longitud de onda, como observó experimentalmente Compton. Podemos ver qué ocurre si el fotón colisiona con un electrón fuertemente ligado que no sale del átomo. En este caso, es como si el fotón colisionara con el átomo entero y por tanto, el corrimiento en la longitud de onda es despreciable, ya que tendriamos que sustituir en la ecuación anterior la masa del electrón por la del átomo. Como se puede ver en la ecuación, el corrimiento en la longitud de onda sólo depende del ángulo alfa y no de la naturaleza del material dispersor. Podemos preguntarnos qué es lo que ocurre con el corrimiento Compton si hacemos el límite de la constante de Planck tender a cero. En este límite vimos que la energía de la radiación electromagnética sería continua y por tanto las teorías clásicas serían correctas. Pues bien, en este límite lo que ocurre es que desaparece el corrimiento en la longitud de onda, de modo que la longitud de onda de la radiación dispersada coincide con la de la incidente, tal como ocurre en la dispersión Thompson. Por tanto, en el límite en que la constante de Planck tiende a cero se recupera la teoría clásica de la dispersión, sin embargo, el efecto Compton no se puede explicar clásicamente, En lo que llevamos visto en este apartado, el experimento de Compton fue una confirmación de la existencia de los fotones.

Vamos a estudiar a continuación un tipo especial de colisión para la cual no desaparece el corrimiento en la longitud de onda en el límite en que la constante de Planck tiende a cero. Se trata de una colisión entre un fotón y un electrón que se encuentra inicialmente en movimiento. En este caso, si la energía de los fotones incidentes es mucho menor que la energía cinética del electrón, el proceso de absorción de energía por parte del electrón se podrá considerar como continuo. Vamos a estudiar este caso particular. Supongamos una colisión fotón-electrón tal como se muestra en la siguiente figura.



Inicialmente el electrón tiene un momento lineal $p_e$ y después de la colisión $p'_e$. Podemos aplicar los principios de conservación de forma análoga al caso anterior. El principio de conservación del momento lineal vendrá dado por las siguientes dos ecuaciones:

$$\frac{h\nu}{c} + p_e = \frac{h\nu'}{c}\cos\alpha + p'_e\cos\beta$$

$$\frac{h\nu'}{c}\sin\alpha = p'_e\sin\beta$$

Por otro lado, el principio de conservación de la energía se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$h\nu + \sqrt{m_e^2c^4 + p_e^2c^2} = h\nu' + \sqrt{m_e^2c^4 + p_e'^2c^2}$$

De estas tres ecuaciones se puede obtener la siguiente igualdad:

$$\lambda' - \lambda = \frac{(h + \lambda p_e)(1 - \cos\alpha)}{\sqrt{m_e^2c^2 + p_e^2} - p_e}$$

Para $p_e = 0$ se obtiene de nuevo la fórmula de Compton. Lo interesante de este caso es que ahora debemos poder interpretar el corrimiento en la longitud de onda en el caso límite $h \to 0$, ya que en este límite no desaparece el corrimiento. Si en la expresión anterior tomamos el límite $h \to 0$, para el caso no relativista se obtiene la siguiente expresión:

$$\lambda' - \lambda \simeq \lambda\frac{v}{c}(1 - \cos\alpha)$$

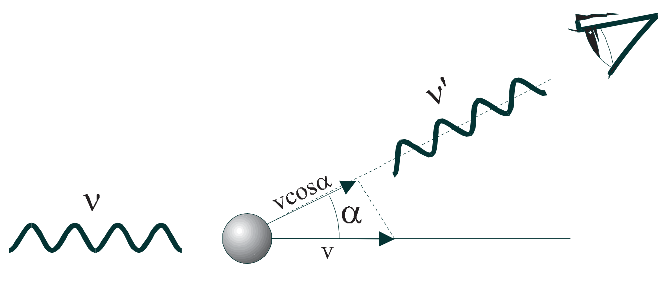
donde $v$ es la velocidad del electrón antes de la colisión. Vamos a ver si se puede justificar este resultado clásicamente. Si tenemos una onda electromagnética de longitud de onda $\lambda$ que incide sobre un electrón, éste la dispersará. Ahora bien, como el electrón inicialmente se está moviendo, no verá una longitud de onda $\lambda$ sino otra distinta debido al efecto Doppler. Del mismo modo, cuando el electrón dispersa la onda actúa como una fuente en movimiento, de modo que un observador fijo verá la onda dispersada con una longitud de onda distinta de la que emite el electrón. Vamos a calcular la longitud de onda dispersada que vería el observador fijo. Por un lado, si la frecuencia inicial es $\nu$ el electrón verá una frecuencia $\nu_e$, dada por:

$$\nu_e = \left(1 - \frac{v}{c}\right)\nu$$

Por otro lado, el observador verá una frecuencia que depende del punto de observación y que será:

$$\nu' = \frac{\nu_e}{1 - (v/c)\cos\alpha} = \frac{1 - v/c}{1 - (v/c)\cos\alpha}\nu$$

En la siguiente figura se puede ver un esquema de este fenómeno.

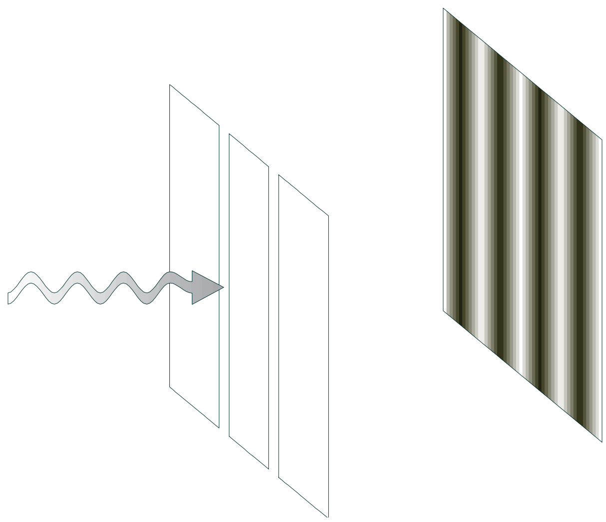


Por último, podemos calcular la diferencia $\lambda' - \lambda$ de la longitud de onda incidente y la dispersada vista por el observador y en el caso no relativista se obtiene:

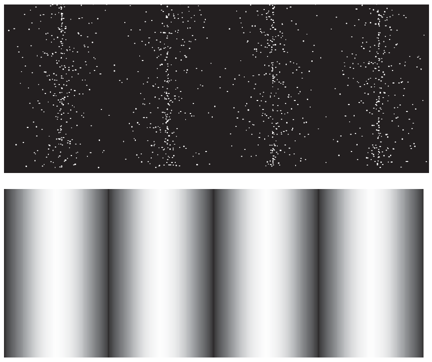
$$\lambda' - \lambda = \lambda \frac{v}{c} (1 - \cos \alpha)$$

que coincide con la fórmula encontrada anteriormente analizando la colisión entre el fotón y el electrón. Este hecho confirma que cuando $h \to 0$ podemos interpretar los resultados de acuerdo con las ideas clásicas. Además, conviene resaltar que hemos llegado al mismo resultado mediante dos caminos completamente distintos. En el primer caso, consideramos la radiación electromagnética como formada por partículas (los fotones) y analizamos la colisión entre un fotón y un electron, aplicando las ecuaciones de conservación de la mecánica clásica. En el segundo caso, hemos considerado la radiación electromagnética como una onda y la variación en la longitud de onda se explicaba en base a un fenómeno ondulatorio como es el efecto Doppler.

De los hechos que hemos estudiado hasta el momento, parece que la radiación tiene una doble naturaleza onda-partícula. La radiación se propaga de un punto a otro como si fuera una onda, tal como describen las teorías clásicas, pero cuando interacciona con la materia, como en el efecto fotoeléctrico o el efecto Compton, lo hace como si estuviera compuesta por partículas indivisibles que hemos denominado fotones. Vamos a analizar el experimento de Young desde esta nueva perspectiva. Si hacemos incidir una radiación sobre dos rendijas, como se muestra en la siguiente figura, en la pantalla aparece un patrón de interferencia.



De acuerdo con la naturaleza corpuscular de la radiación el patrón de interferencia tiene que ser discreto y no continuo como suponen las teorías clásicas. Vamos a suponer que la pantalla es una placa fotográfica en la que se imprime el patrón de interferencia. Si miramos la placa con detalle con un microscopio lo que veremos es una serie de puntos, de modo que efectivamente el patrón de interferencia es discreto, como se muestra en la siguiente figura.



Cada uno de los puntos se ha producido por la incidencia de un fotón. Los puntos no están distribuidos al azar sino de acuerdo con el patrón de interferencia (que también se muestra en la figura anterior). Por lo tanto, parece que la radiación tiene una doble naturaleza: se propaga como si fuera una onda produciendo el patrón de interferencia propio de las ondas, pero cuando interacciona con la materia, al incidir sobre la pantalla, lo hace como si no fuera una onda sino que estuviera formada por partículas individuales. Este doble comportamiento es lo que se denomina la dualidad onda-corpúsculo.

La intensidad de la radiación que se obtiene de acuerdo con el electromagnetismo explica el patrón de interferencia que se produce en la placa. Vamos a ver cómo podemos interpretar la intensidad de la radiación en esta nueva teoría. Si nos fijamos en un área pequeña de la pantalla $dA$ y durante un tiempo de exposición $dt$, la energía recogida por este área es $IdAdt$ (donde $I$ es la intensidad de la radiación electromagnética). De acuerdo con la nueva teoría esta energía debe ser igual al número de fotones que incide sobre el área ($n$) multiplicado por la energía de cada fotón que es $h\nu$, es decir, $IdAdt = nh\nu$. Sin embargo, si despejamos el número $n$ de la ecuación anterior no tenemos por qué obtener un número entero y por lo tanto no puede ser el número de fotones. El número $n$ será el número medio de fotones que inciden sobre el área $dA$ que se obtendría si realizáramos el experimento un número grande de veces. De forma natural aparece la indeterminación en esta nueva teoría. En un experimento concreto no sabemos el número de fotones que inciden sobre el área $dA$, lo único que podemos conocer es el número medio de fotones que inciden en ese área si realizamos el experimento un gran número de veces. Por otro lado, si nos fijamos en cada uno de los fotones que componen la radiación incidente, tampoco podemos saber hacia qué punto de la pantalla se dirigirá cada uno. Lo que si sabemos es que tendrán más probabilidad de ir hacia los puntos donde la intensidad de la radiación electromagnética (calculada de acuerdo con el electromagnetismo) sea máxima. Por tanto, podemos interpretar la intensidad de la radiación como una densidad de probabilidad de que un fotón incida sobre un punto determinado de la pantalla. En las próximas secciones veremos que la materia tiene también un comportamiento muy similar a la radiación electromagnética.