3. Representación fasorial y álgebra compleja

En apartados anteriores hemos visto como se genera una f.e.m. alterna senoidal y su representación temporal. En el estudio del estado permanente de los circuitos eléctricos que son excitados por f.e.m.s alternas, todas las tensiones y corrientes del circuito son señales alternas, con las cuales se realizarán operaciones de suma, resta, multiplicación y división. Para facilitar estas operaciones, una señal alterna de tipo senoidal se representará mediante un vector giratorio denominado ***fasor***.

Para comprender el concepto de fasor, en la *fig. 2.9* se representa una tensión *v(t)* que está en fase con el origen de tiempos. El fasor correspondiente será un vector con origen fijo en el centro de representación cartesiana y cuyo extremo (punta de flecha) se sitúa en el eje horizontal. Este vector gira en sentido antihorario, de modo que la proyección del extremo del vector sobre el eje vertical describe todos los puntos que forman la representación temporal de *v(t)*. La velocidad de giro del vector coincide con la frecuencia angular ω de generación de la f.e.m.

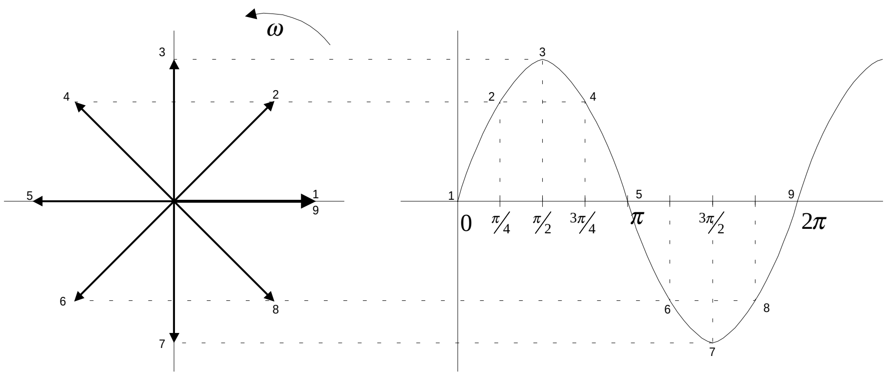

Fig. 2. 9

El vector se representa en la posición correspondiente al valor que toma *v(t)* en *t=0*, este es el punto 1 (*v(t)=0*), el vector tiene un ángulo de *0º*. En el punto 2, cuando ha transcurrido ¼ de *T*, el vector forma un ángulo de *45º* y en *π/2* el vector tiene *90º*. Observar como el tamaño del vector coincide con el valor máximo. El vector sigue girando hasta completar *360º*, habiendo descrito un periodo completo.

Como ejemplo, en la *fig. 2.10* tenemos la representación temporal de las siguientes tres f.e.m.s, y el diagrama de fasores correspondiente. En el diagrama fasorial, la posición de los fasores, es la correspondiente al valor que toma la señal que representa cada uno, en el instante *t=0*.

$$e_1(t) = E_{1m}\,\mathrm{sen}\,\omega t$$

$$e_2(t) = E_{2m}\,\mathrm{sen}(\omega t + \rho_2)$$

$$e_3(t) = E_{3m}\,\mathrm{sen}(\omega t - \rho_3)$$

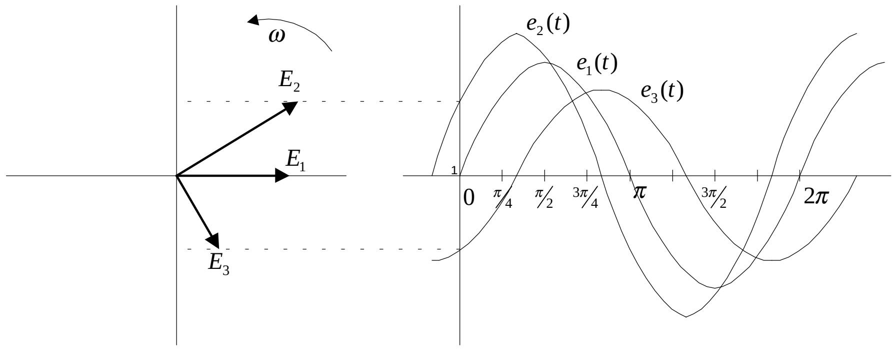

Fig. 2.10

Una vez visto el concepto de fasor, pasamos a su descripción matemática. Como un fasor consiste en un vector giratorio con el origen fijo en el centro de representación cartesiana, cualquier fasor quedará definido por su posición, ángulo y su longitud, módulo. En resumen, todo fasor quedará representado por un número complejo, teniendo las siguientes formas matemáticas:

Forma temporal real: $v(t) = V_m\,\mathrm{sen}(\omega t + \alpha)$

Si el vector se proyecta sobre los ejes horizontal y vertical, tenemos las dos coordenadas que determinan la posición del vector, coordenada horizontal "*a*", resultado de la proyección sobre el *eje real* y la coordenada vertical "*b*", resultado de la proyección sobre el *eje imaginario*. Se utilizará la letra "*j*" para identificar la coordenada imaginaria, en lugar de la "*i*" normalmente utilizada en números complejos, para evitar su confusión con una intensidad. Según se deduce de la *fig. 2.11*, la relación entre las coordenadas a y b, con el módulo y ángulo, quedan expresadas en la forma binómica compleja. En la forma compleja del fasor se coloca una raya sobre la letra de la función en mayúsculas

Forma binómica compleja: $\overline{V} = a + jb = V_m \cos\alpha + jV_m\,\mathrm{sen}\,\alpha$

Otra forma muy utilizada es la forma polar.

Forma polar: $\overline{V} = V_m \underline{|\alpha} = \sqrt{a^2+b^2}\,\underline{|\mathrm{arctg}\,{}^{b}\!/_{a}}$

Existe una relación para expresar un seno o coseno en forma exponencial, lo que da lugar a la forma exponencial compleja

Forma exponencial compleja: $\overline{V} = V_m e^{j\alpha}$

Y a la forma exponencial temporal compleja.

Forma exponencial temporal compleja: $v(t) = V_m e^{j(\omega t+\alpha)} = V_m e^{j\omega t} e^{j\alpha}$

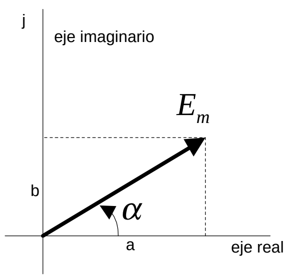

Fig. 2.11

En esta asignatura utilizaremos con más frecuencia la forma binómica compleja y la polar.

Salvo en la forma temporal, en las demás, en vez de utilizar como módulo del fasor el valor máximo de la función V_m, utilizaremos siempre el valor eficaz (valor dado por los instrumentos de medida), salvo que se diga lo contrario, sabiendo que $V = V_m / \sqrt{2}$.

(Hacer el ejercicio 2.1)