

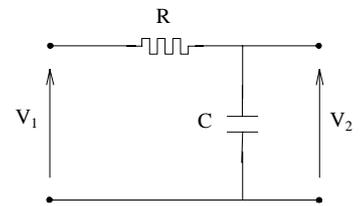
2.1 Filtro pasa-baja

Consideremos el circuito de la figura como una etapa intermedia entre otras dos dentro de un circuito eléctrico mucho más complejo. La entrada del circuito, tensión \bar{V}_1 , corresponde a la salida de la etapa anterior y equivale a un generador de tensión senoidal de amplitud constante y frecuencia variable. La siguiente etapa se considera con impedancia de entrada elevada lo que supone que $\bar{I}_2 \approx 0$. En estas condiciones la entrada de la siguiente etapa es la salida del circuito de la figura y que corresponde a la tensión en el condensador. Por tanto la tensión de salida del circuito es:

$$\bar{V}_2 = \bar{I}_1 \left(-j \frac{1}{\omega C} \right)$$

y la ecuación de entrada según la ecuación de la malla es:

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1 \left(R - j \frac{1}{\omega C} \right)$$



La función de transferencia $\bar{H}(j\omega)$ dada como la relación *tensión de salida-tensión de entrada*, recibe el nombre de **ganancia en tensión** del circuito.

La ganancia en tensión $\bar{G}(j\omega)$ del circuito es:

$$\bar{G}(j\omega) = \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = \frac{-j \frac{1}{\omega C}}{R - j \frac{1}{\omega C}}$$

$$\bar{G}(j\omega) = \frac{\frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \angle \arctg \frac{-1}{\omega RC}}$$

Como se trata del cociente entre dos números complejos la ganancia será otro número complejo, cuyos valores de magnitud y ángulo varían con la frecuencia.

La magnitud o módulo de la ganancia es:

$$G(\omega) = \frac{1}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Dando valores crecientes a la frecuencia y representando la ganancia en tensión frente a la frecuencia se obtiene una curva que corresponde a la tensión a la salida del circuito, cuando a la entrada se aplica una señal de un voltio de amplitud y frecuencia variable.

La curva de la ganancia se representa en la figura. Si la frecuencia aumenta, el denominador aumenta y la ganancia disminuye, sin embargo, a la frecuencia de 0Hz, la ganancia es la unidad. Se observa como las altas frecuencias son atenuadas, no estando presente la tensión de entrada \bar{V}_1 a la salida del circuito. Sin embargo las señales de baja frecuencia si estarán presentes a la salida. Se dice que este circuito se comporta como un **filtro pasa-baja**.

Todo filtro pasa-baja se caracteriza por la frecuencia de corte del filtro, de modo que las señales de frecuencia superior son anuladas.

La **frecuencia de corte** es aquella a la cual la ganancia del circuito toma el valor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ del valor máximo, es decir, cuando la ganancia se ha reducido al 70% y la tensión de salida \bar{V}_2 tiene una amplitud 0.707 veces la de la señal de entrada \bar{V}_1 .

Es decir, la ganancia a la frecuencia de corte:

$$G_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot G_{Vmax} = 0.707 \cdot G_{Vmax}$$

Como $G_{Vmax} = 1$ a la frecuencia de 0 Hz, la frecuencia de corte del circuito es:

$$G_c = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}}$$

$$2 = 1 + (\omega_c RC)^2$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Se define **ancho de banda** del filtro, como la banda de frecuencias que el circuito deja pasar, sin atenuar. El ancho de banda de un filtro pasa-baja abarca desde la frecuencia de 0Hz hasta la frecuencia de corte.

$$\Delta f = f_c - 0$$

La curva de la ganancia que se observa en la figura corresponde a unos valores de $R=100\Omega$ y $C=2\mu F$. La frecuencia de corte es por tanto:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 795.77 \text{ Hz}$$

a la cual la ganancia se ha reducido de 1 a 0.707.

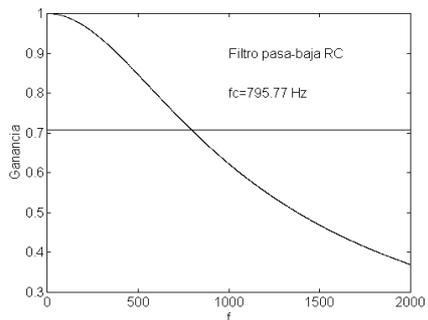
El ángulo de fase de la ganancia es:

$$\alpha_G(\omega) = -90 + \arctg \frac{1}{\omega RC}$$

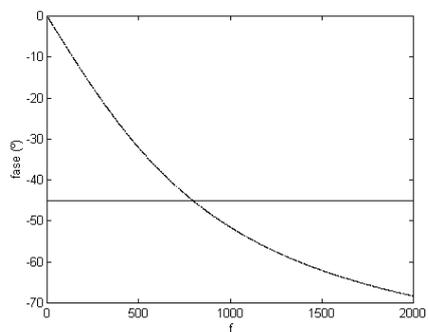
Dando valores a la frecuencia el ángulo es:

para $\omega = 0 \Rightarrow \alpha_G = -90^\circ + 90^\circ = 0^\circ$
 para $\omega = \omega_c \Rightarrow \alpha_G = -90^\circ + 45^\circ = -45^\circ$
 para $\omega = \infty \Rightarrow \alpha_G = -90^\circ + 0^\circ = -90^\circ$

La curva correspondiente al ángulo en función de la frecuencia es la mostrada en la figura para un circuito con los valores mencionados anteriormente. Observar como a la frecuencia de corte el ángulo de fase de la ganancia toma el valor de -45° .



Módulo de la ganancia en tensión



Ángulo de fase de la ganancia en tensión