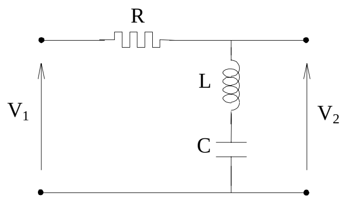
4.2 Filtro eliminación de banda



Tomando como tensión de salida $\overline{V}_2$, la tensión en extremos de la conexión serie de la bobina y el condensador, tenemos:

$$\overline{V}_2 = \overline{I}_1 \cdot j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

y la tensión de entrada es:

$$\overline{V}_1 = \overline{I}_1 \cdot \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]$$

La ganancia en tensión es:

$$\overline{G}(j\omega) = \frac{\overline{V}_2}{\overline{V}_1} = \frac{j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$\boxed{\overline{G}(j\omega) = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\angle \pm 90º}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\angle \operatorname{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}}$$

La magnitud o módulo de la ganancia es:

$$G(\omega) = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\boxed{G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}\right)^2}}}$$

Dando valores crecientes a la frecuencia a partir de 0Hz se obtiene la curva de ganancia del circuito. Se observa que para la frecuencia de 0Hz y para valores elevados, la ganancia es máxima y vale la unidad, es decir, las señales de baja y alta frecuencia aplicadas a la entrada aparecen a la salida. Sin embargo existe un punto mínimo en la curva que corresponde a la frecuencia de resonancia del circuito. A esta frecuencia la tensión de entrada $\overline{V}_1$ y la intensidad $\overline{I}_1$ están en fase, es decir, se anulan las impedancias reactivas del circuito y por tanto $\overline{V}_2$ se anula, atenuando completamente la señal de frecuencia igual a la frecuencia de resonancia.

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \qquad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \boxed{f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

Existen dos puntos para un valor de la ganancia de $G_c = 1/\sqrt{2}$, es decir, hay dos frecuencias de corte f_{c1} y f_{c2}:

Como $G_{Vmax} = 1$:

$$G_c = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega_c L - \frac{1}{\omega_c C}}\right)^2}}$$

$$2 = 1 + \left(\frac{R}{\omega_c L - \frac{1}{\omega_c C}}\right)^2$$

$$1 = \frac{R}{\omega_c L - \frac{1}{\omega_c C}} \qquad \omega_c L - \frac{1}{\omega_c C} = R \qquad \omega_c^2 LC - \omega_c RC - 1 = 0 \qquad \omega_c^2 - \frac{R}{L}\omega_c - \frac{1}{LC} = 0$$

Esta ecuación de segundo grado tiene dos soluciones para ω_c y para f_c:

$$\omega_{c1} = \left|\frac{R}{2L} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}\right| = -\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}$$

$$\boxed{f_{c1} = -\frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}}$$

$$\omega_{c2} = \left|\frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}\right| = \frac{R}{2L} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}$$

$$\boxed{f_{c2} = \frac{R}{4\pi L} + \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + \frac{4}{LC}}}$$

El ancho de banda eliminada del filtro es:

$$\boxed{\Delta f = f_{c2} - f_{c1} = \frac{R}{2\pi L}}$$

La curva de la ganancia que se observa en la figura corresponde a unos valores de $R=100\Omega$, $L=20mH$ y $C=2\ \mu F$.

La frecuencia de resonancia es por tanto:

$$f_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{20 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}} = 795.77\ Hz$$

La frecuencia de corte inferior es:

$$f_{c1} = 491.82\ Hz$$

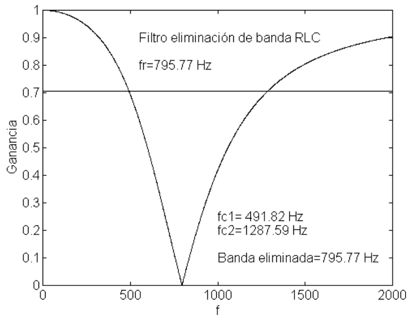
La frecuencia de corte superior es:

$$f_{c2} = 1287.59\ Hz$$

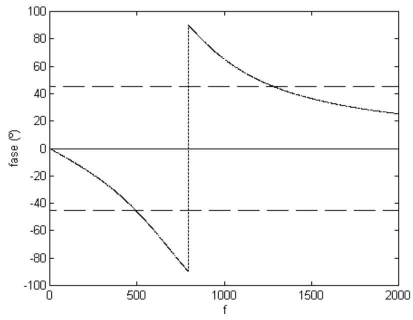
El ancho de banda del filtro es: $\Delta f = \dfrac{100}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 795.77\ Hz$

Entre las frecuencias de corte la ganancia es inferior a 0.707.

El ángulo de fase de la ganancia es: $\boxed{\alpha_G(\omega) = \pm 90^{\circ} + \mathrm{arctg}\left(\dfrac{1}{\omega RC} - \dfrac{\omega L}{R}\right)}$



Módulo de la ganancia en tensión



Ángulo de fase de la ganancia en tensión

Dando valores a la frecuencia el ángulo es:

para	$\omega = 0$	$\Rightarrow$	$\alpha_G = 0^{\circ}$
para	$\omega = \omega_{c1}$	$\Rightarrow$	$\alpha_G = -45^{\circ}$
para	$\omega = \omega_r$	$\Rightarrow$	$\alpha_G = \pm 90^{\circ}$
para	$\omega = \omega_{c2}$	$\Rightarrow$	$\alpha_G = 45^{\circ}$
para	$\omega = \infty$	$\Rightarrow$	$\alpha_G = 0^{\circ}$

La curva correspondiente al ángulo de la ganancia en función de la frecuencia es la mostrada en la figura.