

### 6.2.1.1 Curva para el módulo del cero

La curva para el módulo de esta función es la representada en la figura, que corresponde a un valor de  $a=100$ . Entonces:

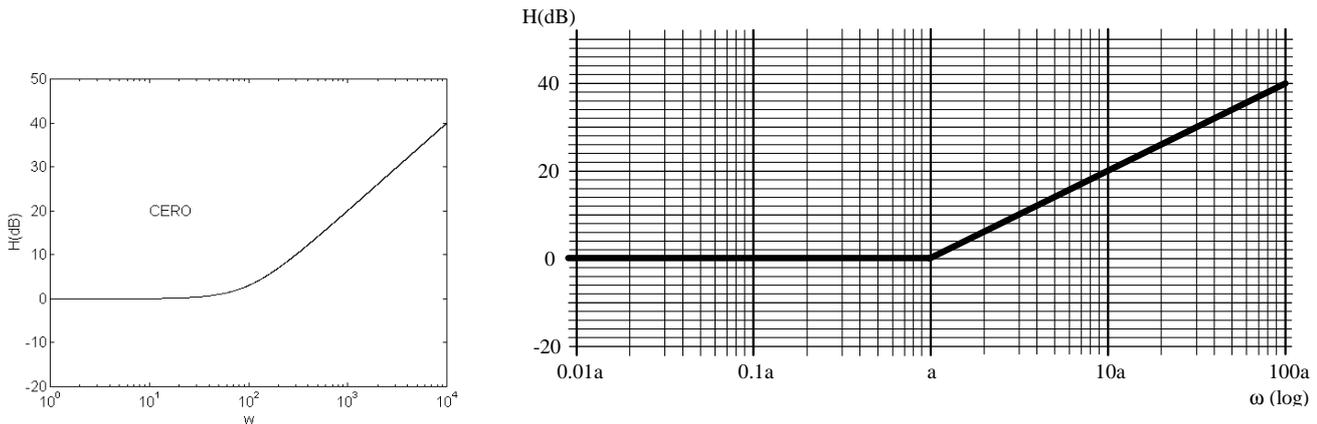
$$|\overline{H}(j\omega)| = \left| 1 + \frac{j\omega}{a} \right| = \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{a^2}} \quad \text{y} \quad H_{dB} = 20 \log |\overline{H}(j\omega)| = 20 \log \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{a^2}}$$

Cuando  $\omega \ll a \Rightarrow H_{dB} = 20 \log 1 = 0 \text{ dB}$

Cuando  $\omega \gg a \Rightarrow H_{dB} = 20 \log \frac{\omega}{a} \text{ dB}$

En una representación cartesiana tomando una escala logarítmica para el eje horizontal, la asíntota en un punto  $\omega \ll a$  corresponde a una línea continua para  $\omega < a$  de valor 0 dB.

Por otra parte la asíntota en un punto  $\omega \gg a$  corresponde a una recta que para  $\omega = a$ ,  $H_{dB} = 0 \text{ dB}$ ; en  $\omega = 10a$ ,  $H_{dB} = 20 \text{ dB}$ ; y en  $\omega = 100a$ ,  $H_{dB} = 40 \text{ dB}$ . Por tanto, el valor de  $H_{dB}$  aumenta 20 dB cada vez que la frecuencia multiplica por 10 su valor. Por tanto se dice que la asíntota tiene una pendiente de 20 dB/década.



Obsérvese que las dos asíntotas se cortan en  $\omega = a$ , la frecuencia del cero. Esta frecuencia se llama también *de esquina*, *de corte*, *de 3 dB* o *de la mitad de potencia*. El diagrama de Bode representa la respuesta en términos de dos asíntotas, ambas líneas rectas y fáciles de dibujar.

Ahora se analizará cual es el error que se introduce al usar la curva de respuesta asíntótica. A la frecuencia de corte,

$$H_{dB} = 20 \log \sqrt{1 + \frac{a^2}{a^2}} = 20 \log \sqrt{2} = 3 \text{ dB}$$

comparando con un valor asíntótico de 0 dB. En  $\omega = 0.5a$ , se tiene:

$$H_{dB} = 20 \log \sqrt{1 + 0.25} = 1 \text{ dB}$$

Por lo tanto, la respuesta exacta está representada por una curva sin quiebres localizada 3 dB por encima de la respuesta asíntótica en  $\omega = a$  y 1 dB arriba de ella en  $\omega = 0.5a$  (y también en  $\omega = 2a$ ). Si lo que se desea es una curva más exacta puede usarse la información anterior para suavizar la esquina.

En las figuras que siguen se representa la década comprendida entre  $\omega=10$  y  $\omega=100$  de un polo con  $a=100$  y la asíntota que se toma en el diagrama de Bode. El error en  $\omega=a=100$  es de 3 dB y en  $\omega=0.5a=50$  es de 1 dB. En la década comprendida entre  $\omega=100$  y  $\omega=1000$  se comprueba que el error cometido en  $\omega=2a=200$  es también de 1 dB.

