6.6.1 Par de polos complejos conjugados

La forma característica de la función de transferencia de la ganancia, en un filtro pasa-banda, queda expresada con la función:

$$\overline{H}(s)=\frac{Ks}{s^2+as+b}$$ donde *a>0, b>0* y *K>0*

El denominador de esta función se puede expresar como: $s^2+as+b=s^2+2\xi\omega_C s+\omega_C^2$

donde $\omega_C=\sqrt{b}$ se denomina *frecuencia natural o de corte de los polos*

y $\xi=\dfrac{a}{2\omega_C}=\dfrac{a}{2\sqrt{b}}$ se denomina ***factor de amortiguamiento***

Para $\xi>1$ el filtro es ***sobreamortiguado***, tiene dos polos diferentes.

Para $\xi=1$ el filtro es ***críticamente amortiguado***, tiene dos polos iguales, es decir, un polo real de orden dos en ω_C, a partir de la cual la representación gráfica corresponde a una recta de pendiente *–40 dB/década* (dependiendo del grado de atenuación los filtros se clasifican en filtros de 1er orden, si la atenuación en una década es de 20dB, de 2º orden, si la atenuación en una década es de 40 dB, de 3 er orden, si la atenuación en una década es de 60dB, etc.).

Para $\xi<1$ el filtro es ***subamortiguado***, tiene un par de polos complejos conjugados: $-\xi\omega_C+j\omega_C\sqrt{1-\xi^2}$ y $-\xi\omega_C-j\omega_C\sqrt{1-\xi^2}$.

Cuando se presenta el tercer caso, correspondiente a un circuito subamortiguado, aparece la forma correspondiente a un término cuadrático que corresponde a la siguiente:

$$\overline{H}(s)=\frac{1}{s^2+2\xi\omega_C s+\omega_C^2}$$

Sacando ω_C^2 como factor común en el denominador, la función queda:

$$\overline{H}(s)=\frac{1}{\omega_C^2\left(\dfrac{s^2}{\omega_C^2}+\dfrac{2\xi s}{\omega_C}+1\right)}=\frac{1/\omega_C^2}{1+\left(\dfrac{s}{\omega_C}\right)^2+2\xi\left(\dfrac{s}{\omega_C}\right)}$$

Expresando la función de transferencia en función de $j\omega$, tenemos:

$$\overline{H}(j\omega)=\frac{1/\omega_C^2}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2+j\left(\dfrac{2\xi\omega}{\omega_C}\right)}$$

En forma polar, la función de transferencia es:

$$\overline{H}(j\omega)=\frac{1/\omega_C^2\ \underline{|0^{\circ}}}{\sqrt{\left[1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2\right]^2+4\xi^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}\ \Bigg|\ \mathrm{arctg}\,\dfrac{2\xi\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$

de donde, la amplitud en decibelios es:

$$\boxed{H_{dB}=20\log\frac{1}{\omega_C^2}-20\log\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2\right]^2+4\xi^2\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$

y el ángulo de la función de transferencia:

$$\boxed{\alpha_H(\omega)=-\,\mathrm{arctg}\,\frac{2\xi\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$