6.6.2 Par de ceros complejos conjugados

Si el término cuadrático está en el numerador: $\overline{H}(s) = s^2 + as + b$ donde *a>0 y b>0*

Que se puede expresar como: $s^2 + as + b = s^2 + 2\xi\omega_C s + \omega_C^2$

donde $\omega_C = \sqrt{b}$ se denomina *frecuencia natural o de corte de los polos*

y $\xi = \dfrac{a}{2\omega_C} = \dfrac{a}{2\sqrt{b}}$ se denomina ***factor de amortiguamiento***

Para $\xi < 1$ el filtro es ***subamortiguado***, tiene un par de polos complejos conjugados: $-\xi\omega_C + j\omega_C\sqrt{1-\xi^2}$ y $-\xi\omega_C - j\omega_C\sqrt{1-\xi^2}$.

La forma del factor corresponde a la siguiente: $\overline{H}(s) = s^2 + 2\xi\omega_C s + \omega_C^2$

Sacando ω_C^2 como factor común en el denominador, la función queda: $\overline{H}(s) = \omega_C^2\left(\dfrac{s^2}{\omega_C^2} + \dfrac{2\xi s}{\omega_C} + 1\right) = \omega_C^2\left[1 + \left(\dfrac{s}{\omega_C}\right)^2 + 2\xi\left(\dfrac{s}{\omega_C}\right)\right]$

Expresando la función de transferencia en función de $j\omega$, tenemos: $\overline{H}(j\omega) = \omega_C^2\left[1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_C}\right)^2 + j\left(\dfrac{2\xi\omega}{\omega_C}\right)\right]$

En forma polar, la función de transferencia es:

$$\overline{H}(j\omega) = \omega_C^2 \underline{|0^{\circ}} \cdot \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2\right]^2 + 4\xi^2\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2} \left| \operatorname{arctg} \frac{2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2} \right.$$

de donde, la amplitud en decibelios es:

$$\boxed{H_{dB} = 20\log\omega_C^2 + 20\log\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2\right]^2 + 4\xi^2\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$

y el ángulo de la función de transferencia:

$$\boxed{\alpha_H(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$$