

TOBERAS Y DIFUSORES



VELOCIDAD DEL SONIDO EN UN GAS

$$\kappa_s = -\frac{1}{v} \left(\frac{dv}{dp} \right)_s$$

$$a = \sqrt{\frac{v}{\kappa_s}} = \sqrt{-v^2 \cdot \left(\frac{dp}{dv} \right)_s}$$

v = volumen específico

κ_s = coeficiente de compresibilidad isoentrópico

$$\left(\frac{dp}{dv} \right)_s = -K \cdot \gamma \cdot v^{-\gamma-1} = -\gamma \cdot v^{-1} \cdot K \cdot v^{-\gamma} = -\gamma \cdot \frac{p}{v}$$

gas perfecto

$$a = \sqrt{\gamma \cdot p \cdot v}$$

$$a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T}$$

La velocidad del sonido es una función de estado, o propiedad.

Primer principio para sistemas abiertos

RECORDATORIO

ecuación de la energía

$$Q = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + W_t$$

$$dQ = dh + c \cdot dc + dW_t$$

trabajo técnico

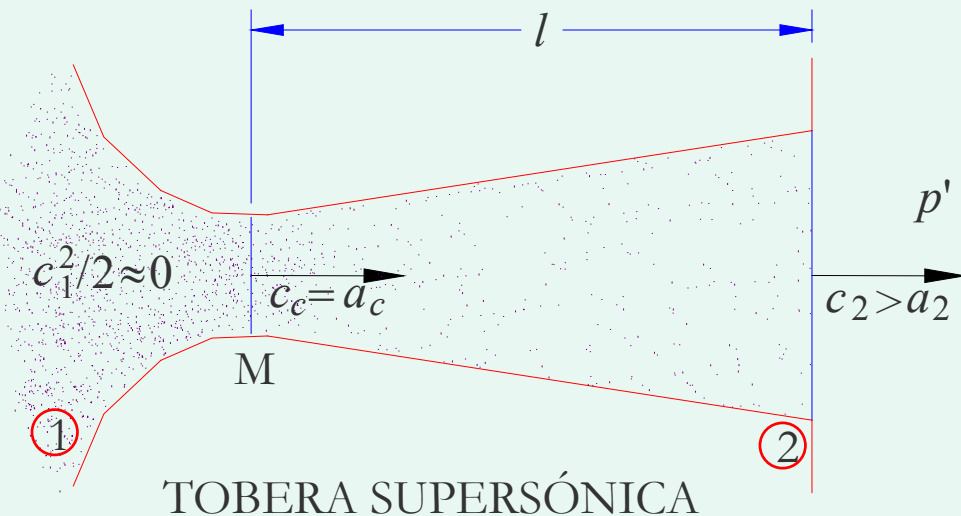
$$W_t = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} - \int_1^2 v \cdot dp - |W_r|$$

$$dW_t = -c \cdot dc - v \cdot dp - |dW_r|$$

TOBERAS Y DIFUSORES

Una tobera es un dispositivo diseñado para transformar entalpía en energía cinética. Por el contrario, un difusor transforma energía cinética en entalpía.

$$\cancel{Q} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \cancel{W}_t$$



$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = h_1 - h_2$$

haya o no W_r ($W_r \geq 0$)

Rendimiento adiabático de la tobera

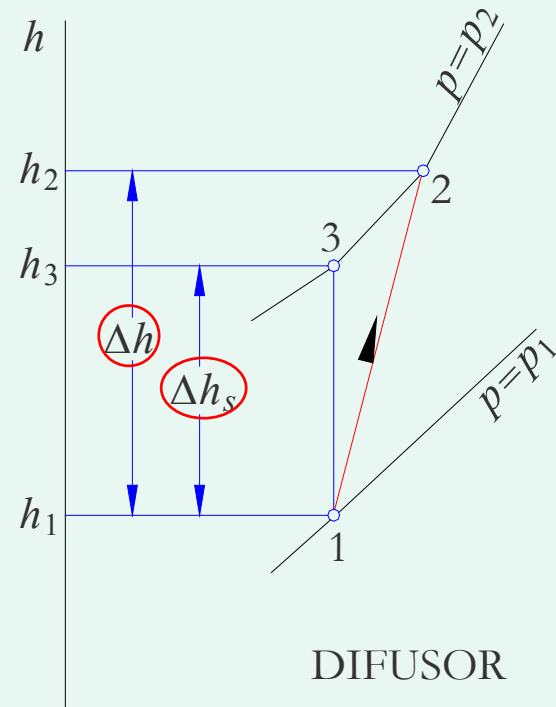
$$\eta = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} = \frac{\Delta h}{\Delta h_s}$$

Rendimiento adiabático del difusor

$$\eta = \frac{h_3 - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{\Delta h_s}{\Delta h}$$

Eficiencia

$$\psi = \frac{e_{f2}}{e_{f1}}$$



Diseño de toberas y difusores

$$W_t = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} - \int_1^2 v \cdot dp - |W_r| \quad | \quad dW_t = -c \cdot dc - v \cdot dp - |dW_r|$$

Derrame isoentrópico ($W_r = 0$)

$$c \cdot (dc)_s + v \cdot (dp)_s = 0 \quad | \quad c \cdot (dc)_s = -v \cdot (dv)_s \cdot \left(\frac{dp}{dv} \right)_s$$

$$\underline{c^2 \cdot \frac{(dc)_s}{c}} = -v^2 \cdot \left(\frac{dp}{dv} \right)_s \cdot \frac{(dv)_s}{v} = \underline{a^2} \cdot \frac{(dv)_s}{v}$$

$$Ma^2 \cdot \frac{(dc)_s}{c} = \frac{(dv)_s}{v}$$

$$\underline{Ma^2 \cdot \frac{(dc)_s}{c} = \frac{(dv)_s}{v}}$$

$$\dot{m} = \frac{c \cdot A}{v}; \quad \ln \dot{m} + \ln v = \ln c + \ln A$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{dc}{c} + \frac{dA}{A}$$

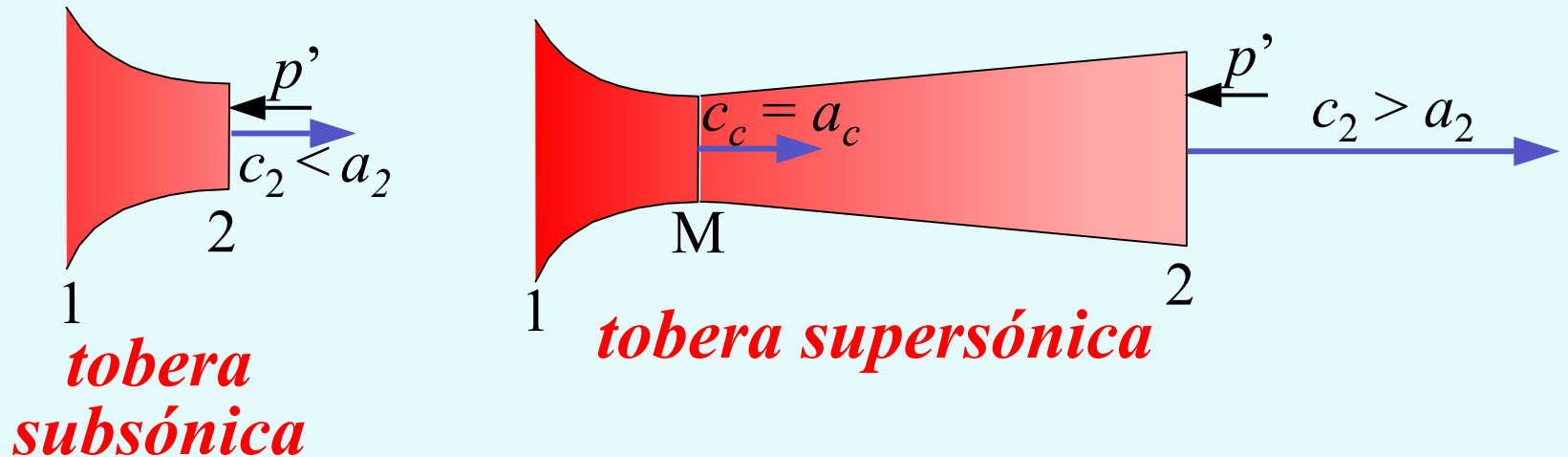
$$\frac{(dA)_s}{A} = (Ma^2 - 1) \cdot \frac{(dc)_s}{c}$$

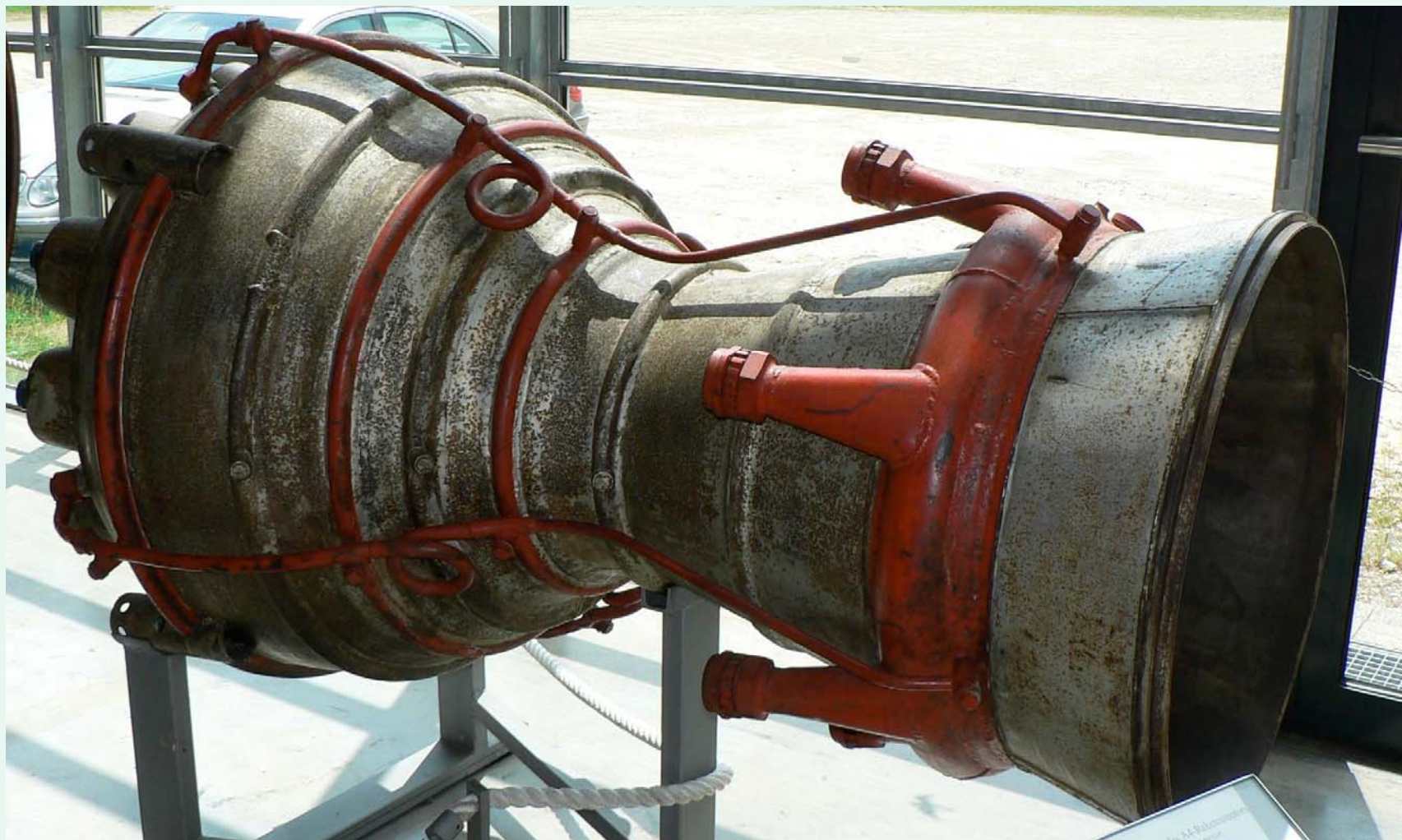
$$\frac{(dA)_s}{A} = (Ma^2 - 1) \cdot \frac{(dc)_s}{c}$$

Toberas ($dc > 0$)

Si $Ma < 1$, dA negativo. *Tobera convergente*

Si $Ma > 1$, dA positivo. *Tobera divergente*

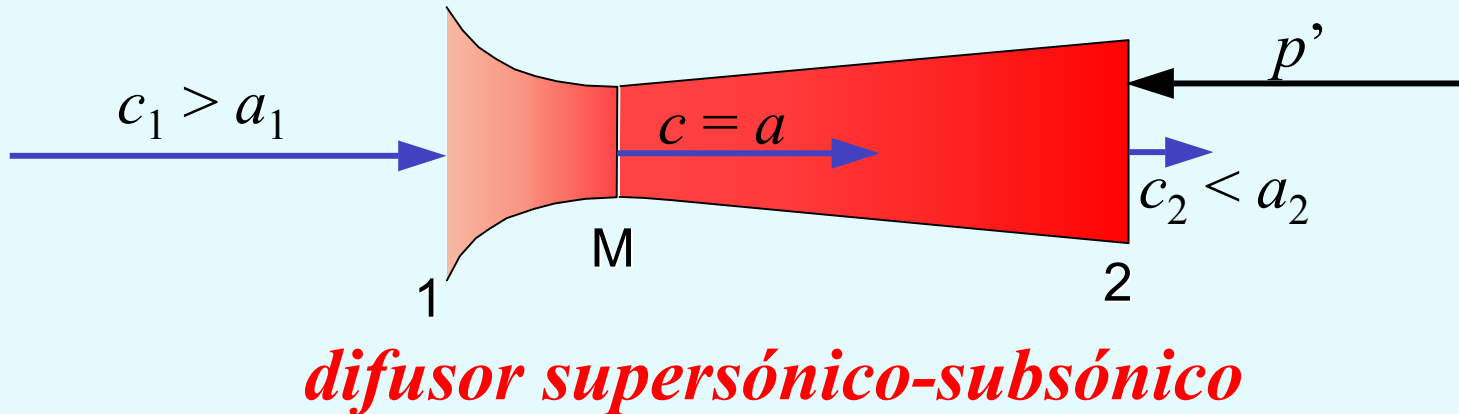
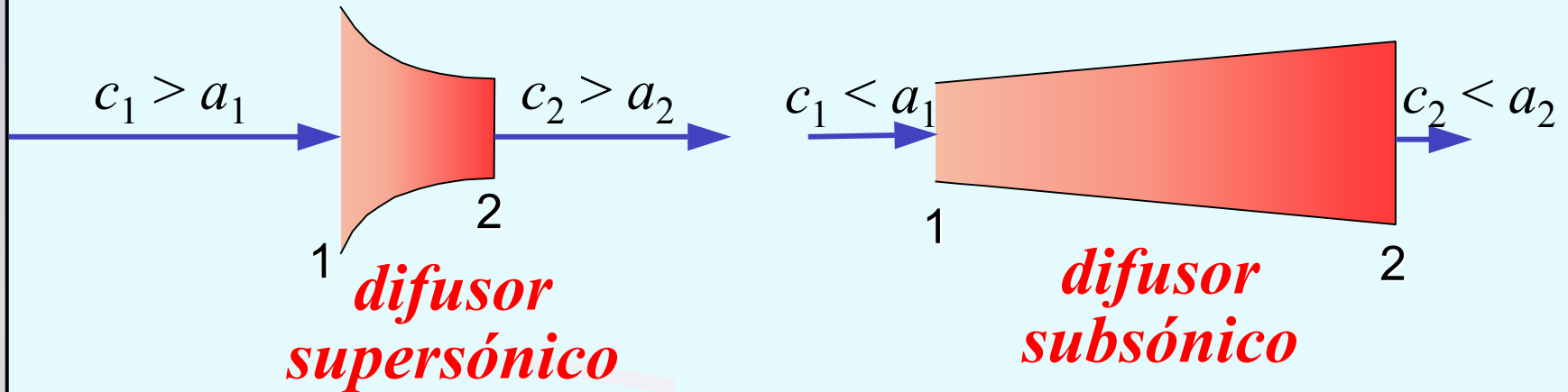




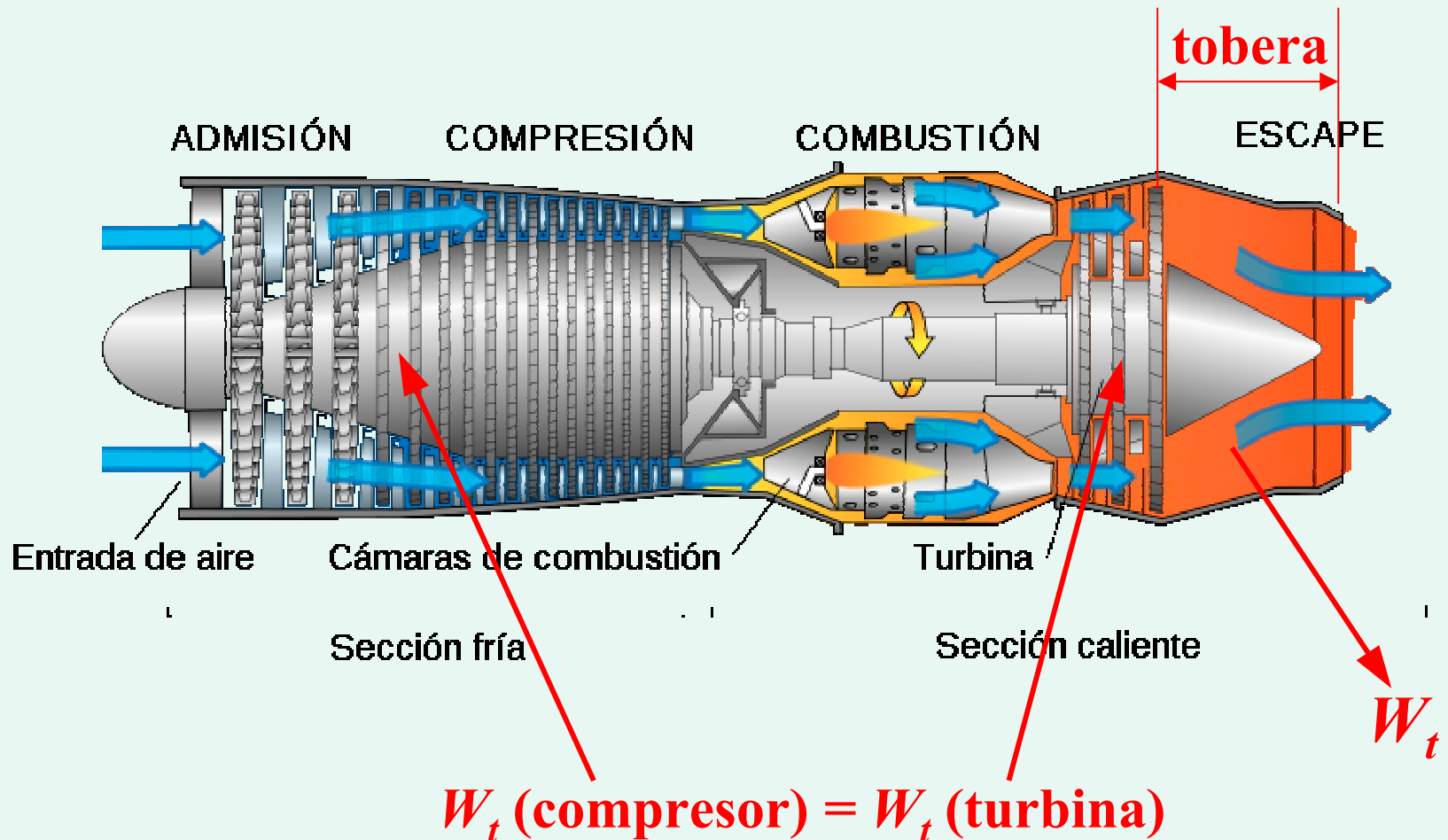
tobera de cohete

$$\frac{(dA)_s}{A} = (Ma^2 - 1) \cdot \frac{(dc)_s}{c}$$

Difusores ($dc < 0$)

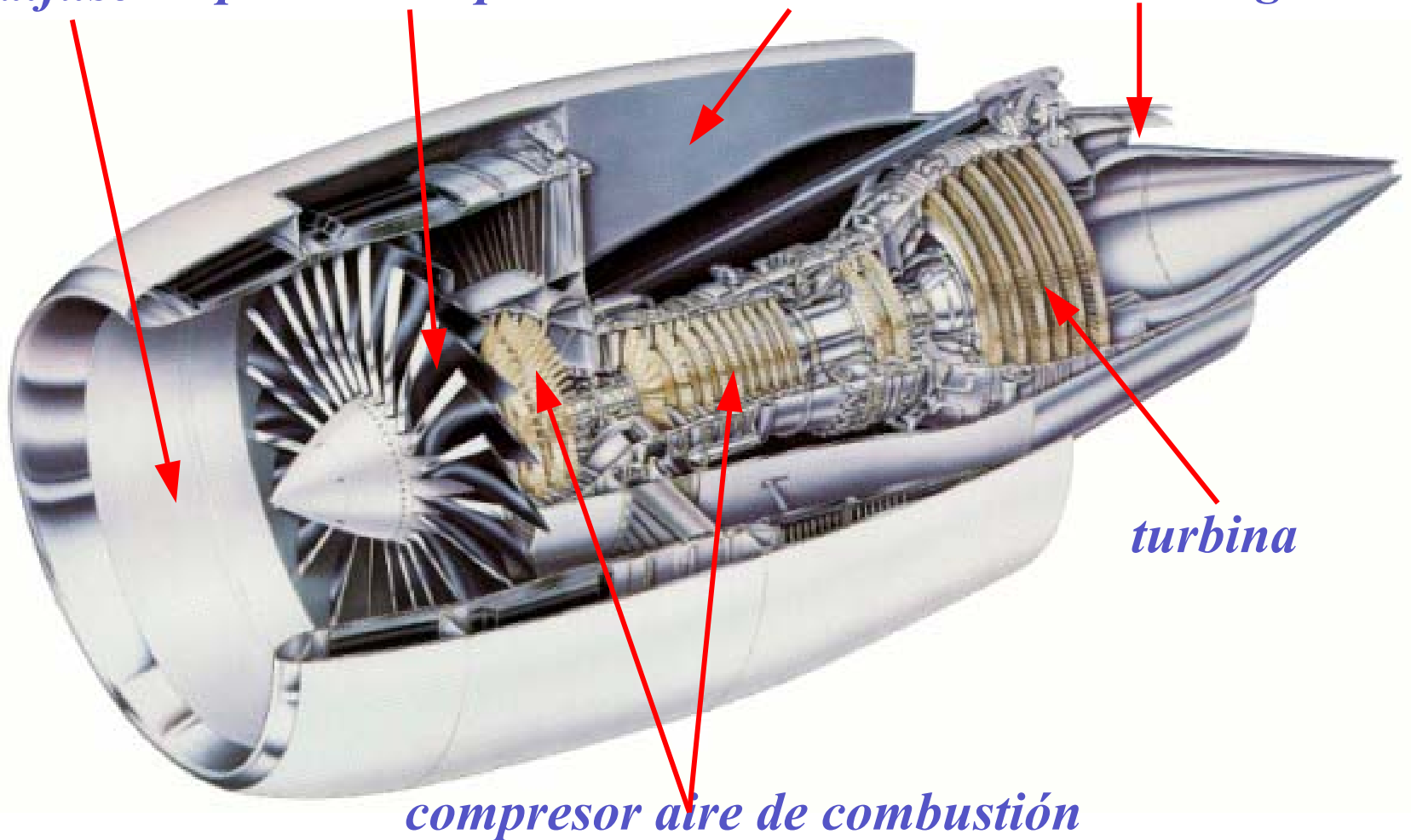


Turborreactor

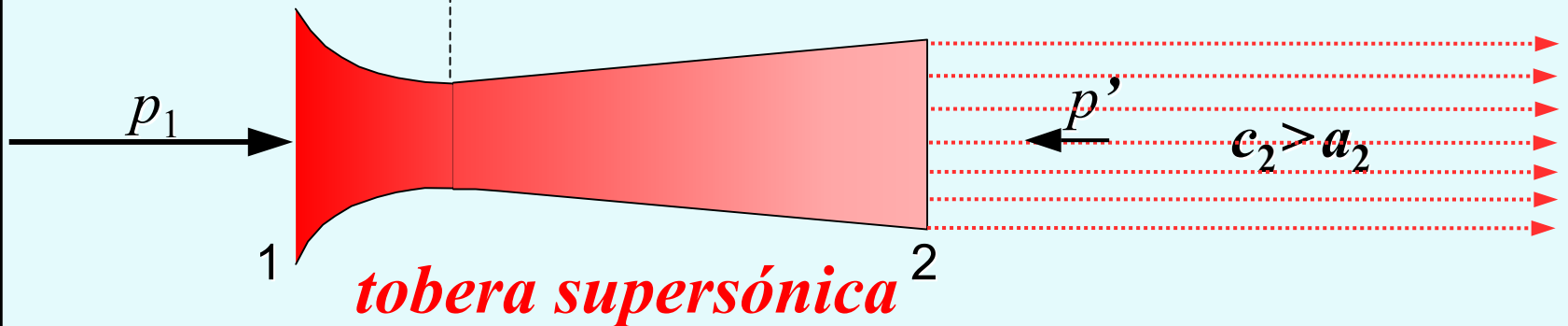
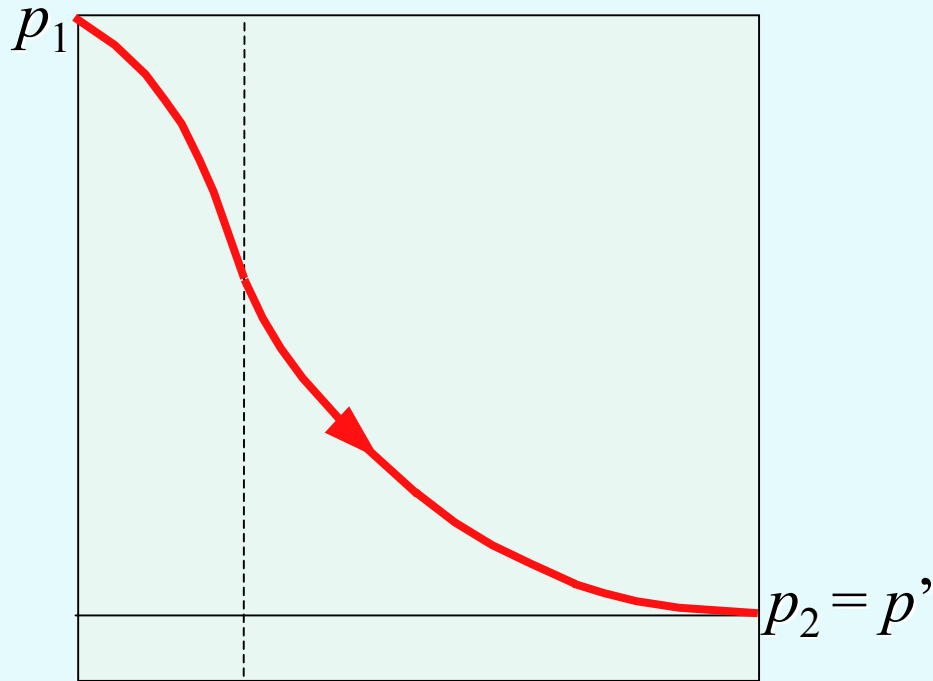


Turborreactor de doble flujo

difusor primer compresor tobera de aire tobera de gases

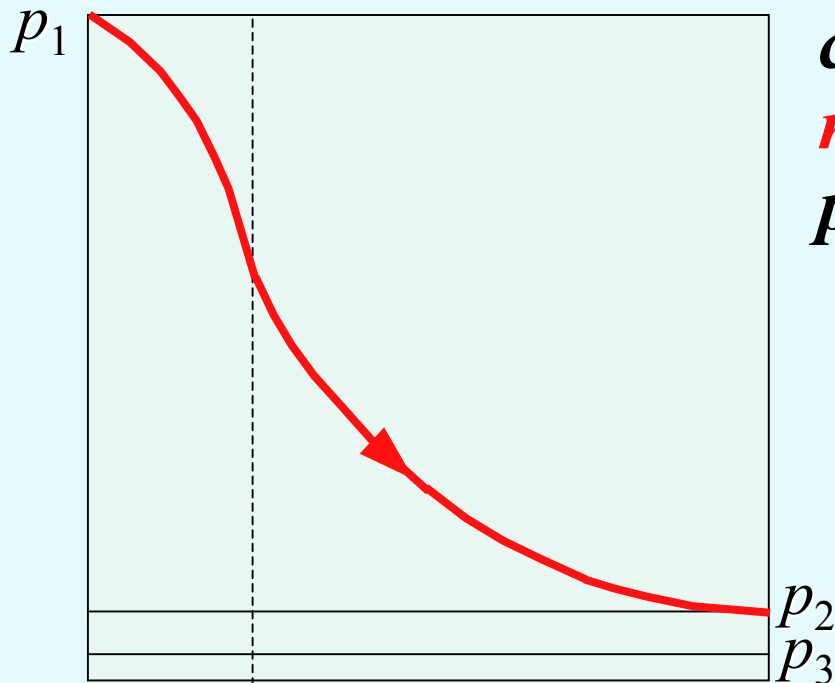


Funcionamiento de tobera en condiciones de diseño





En condiciones fuera de diseño

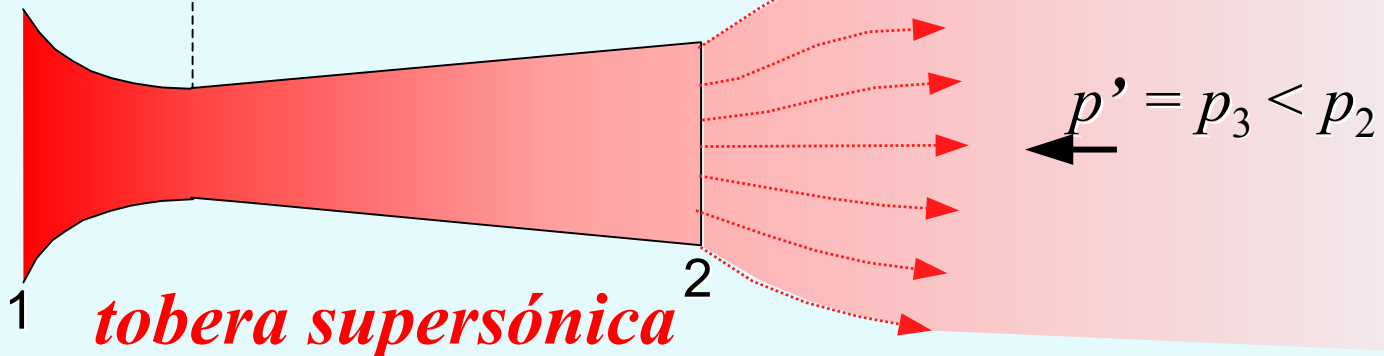


*contrapresión p'
menor que la
 p_2 de diseño*

mismo caudal

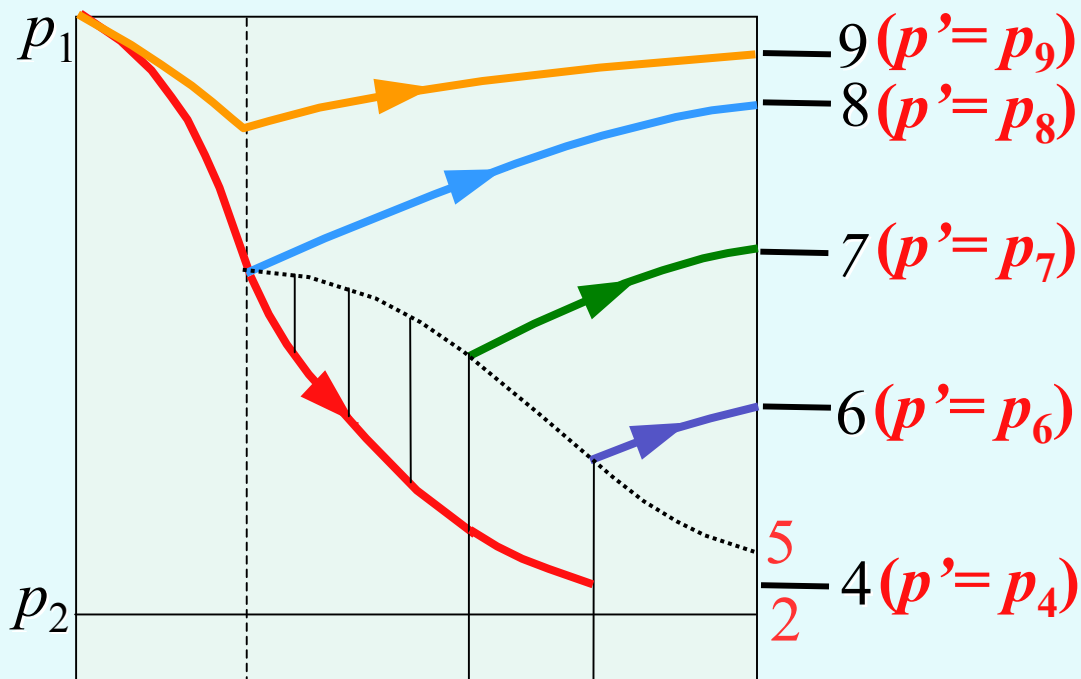
p_2 y c_2 no varían

libre expansión
de p_2 a p_3





En condiciones fuera de diseño



contrapresión p' mayor que la p_2 de diseño

$p' = p_5, p_6, p_7, p_8$ mismo caudal

$p' = p_9$ menor caudal (tubo Venturi)

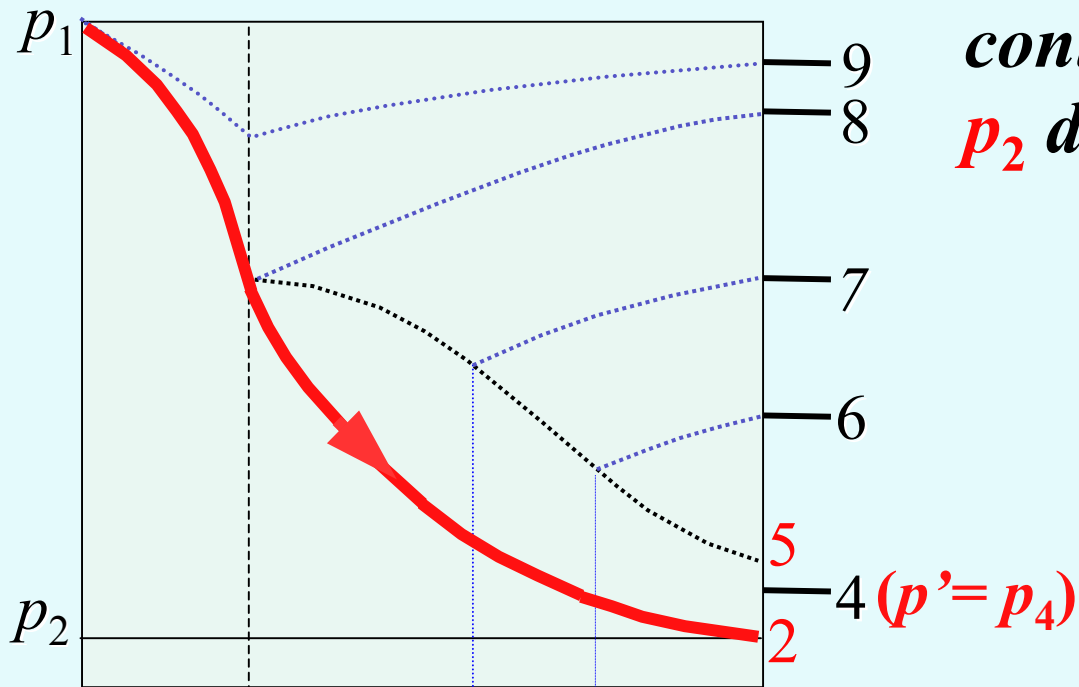
onda de choque

c_2 subsónica

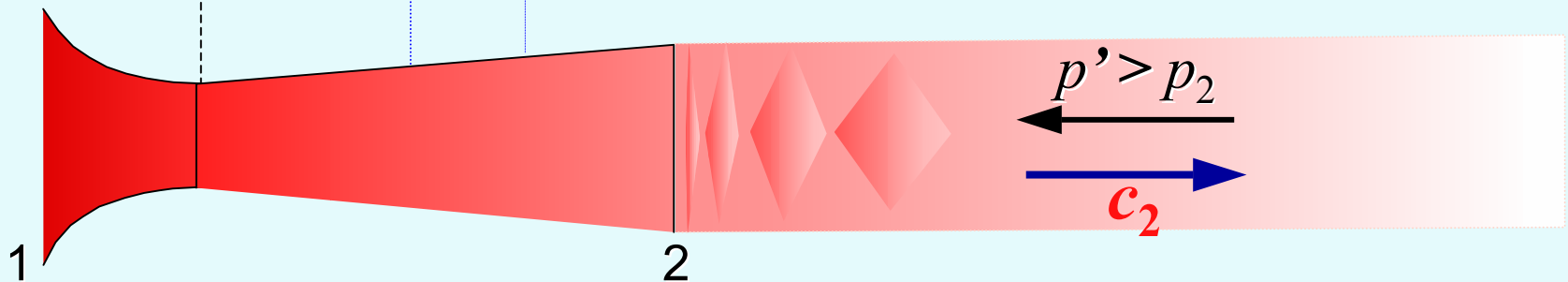
tobera supersónica difusor subsónico

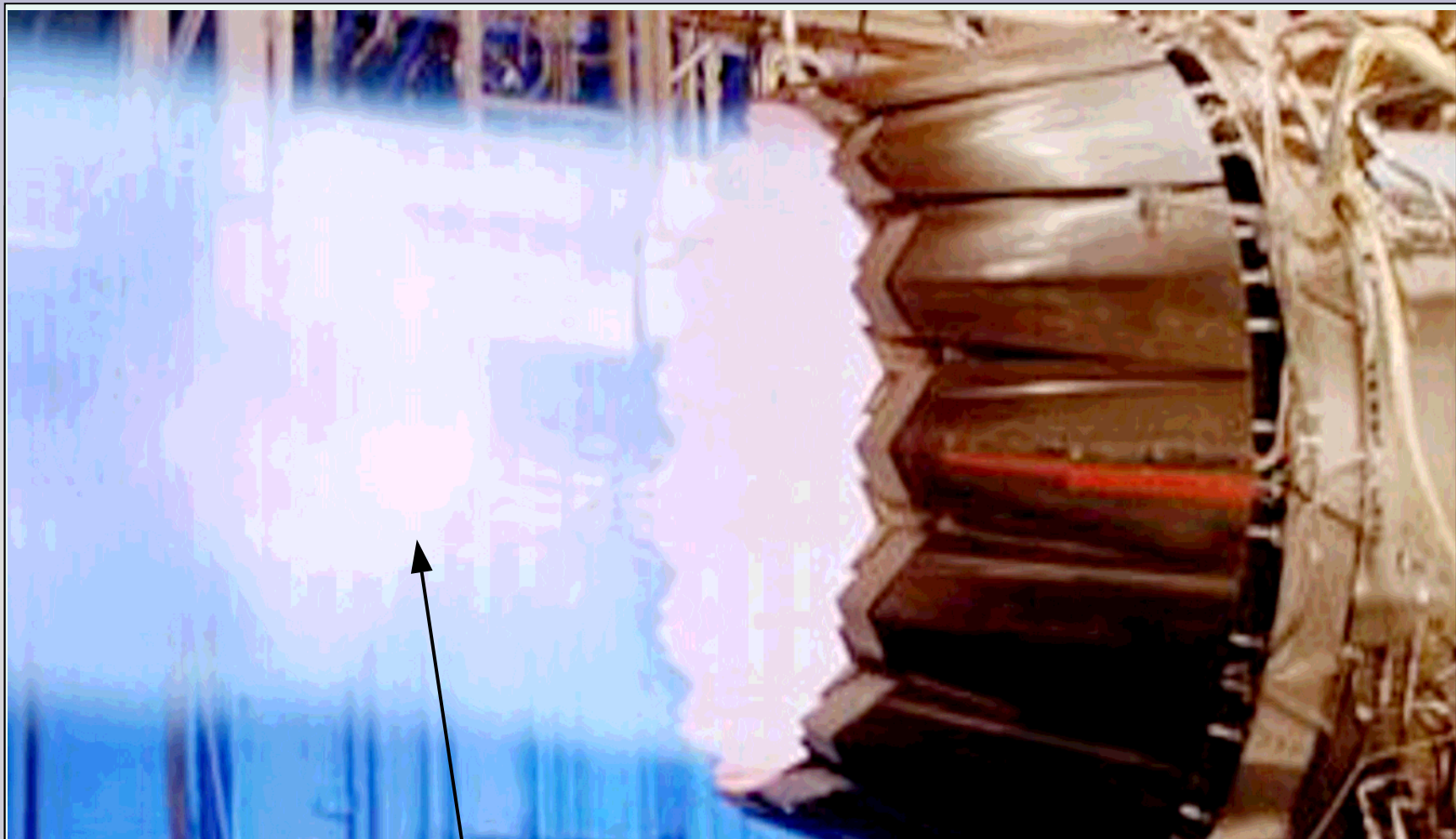
En esta sección, el flujo pasa de supersónico a subsónico.

En condiciones fuera de diseño



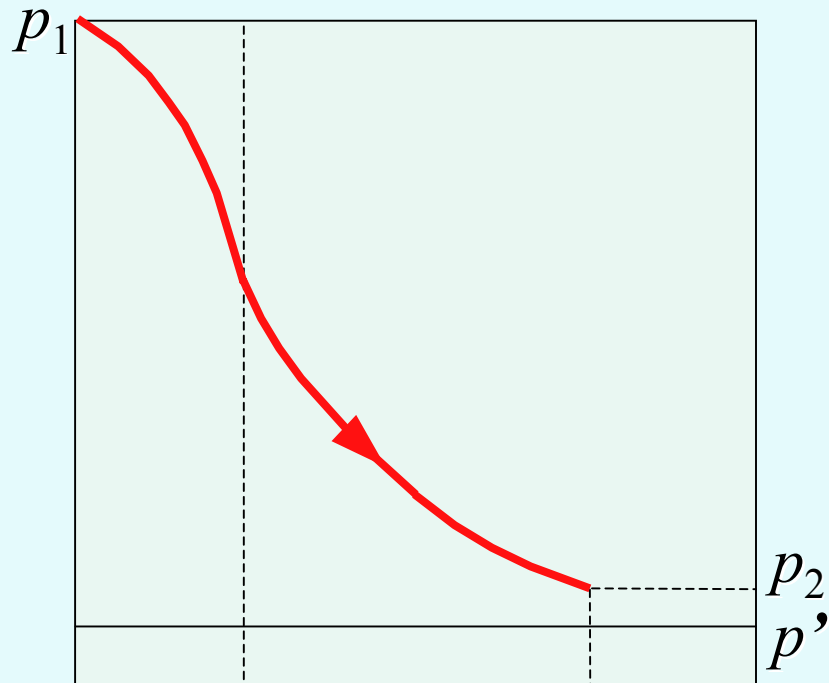
contrapresión p' entre p_2 de diseño y p_5





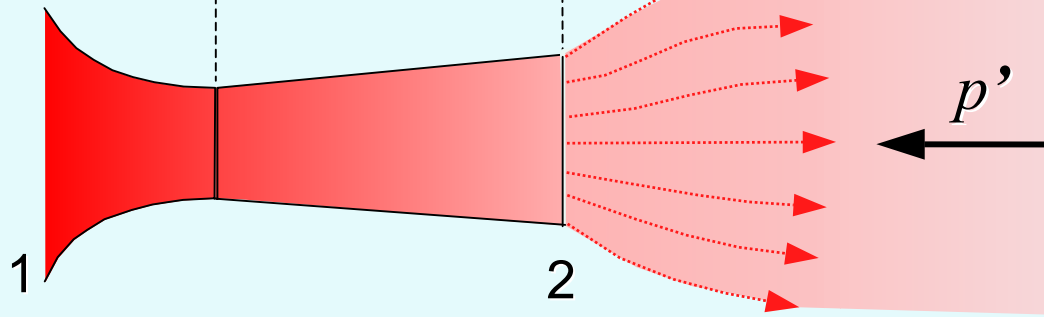
Onda de choque oblicua

En condiciones fuera de diseño



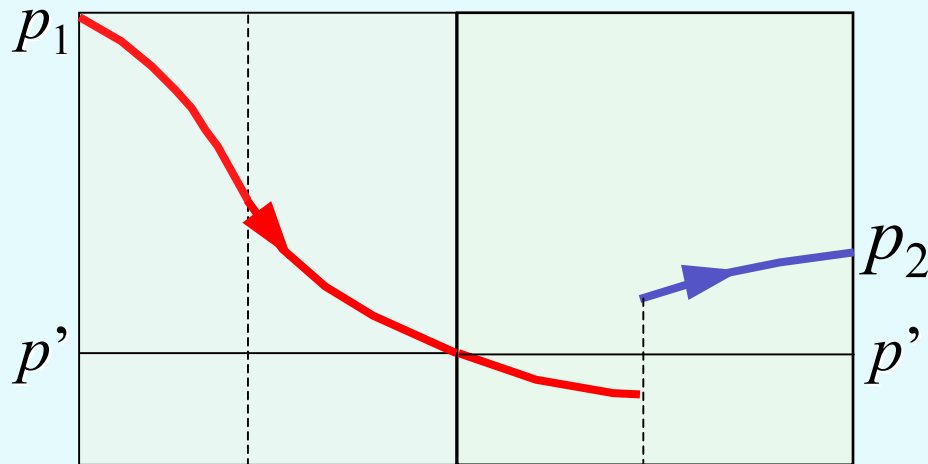
*misma p' y **menor**
sección de salida*

mismo caudal,
mayor p_2 ($p_2 > p'$)
menor c_2
que las de diseño



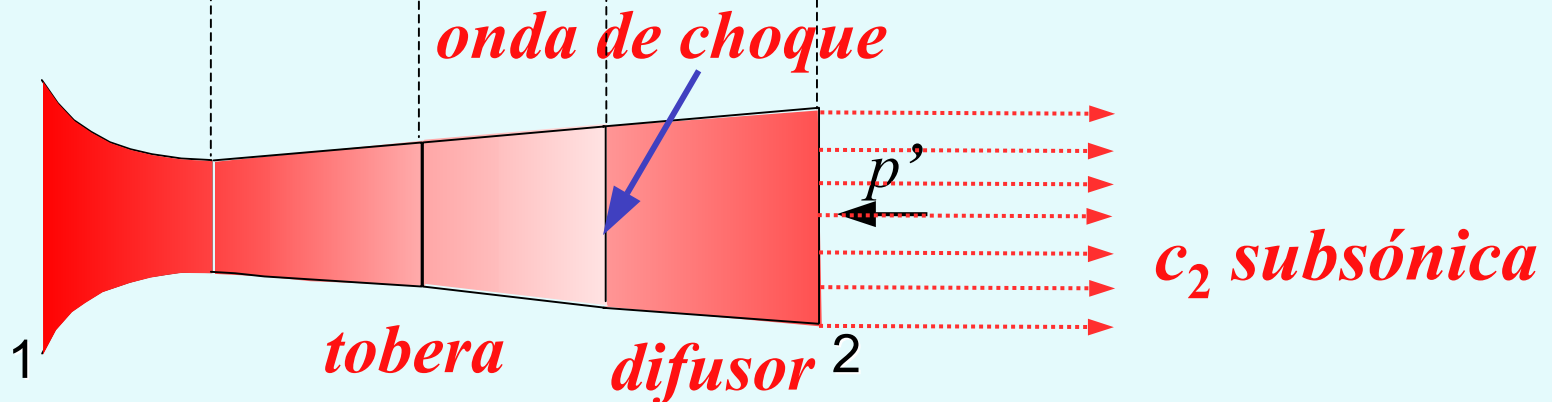
libre expansión
de p_2 a p'

En condiciones fuera de diseño

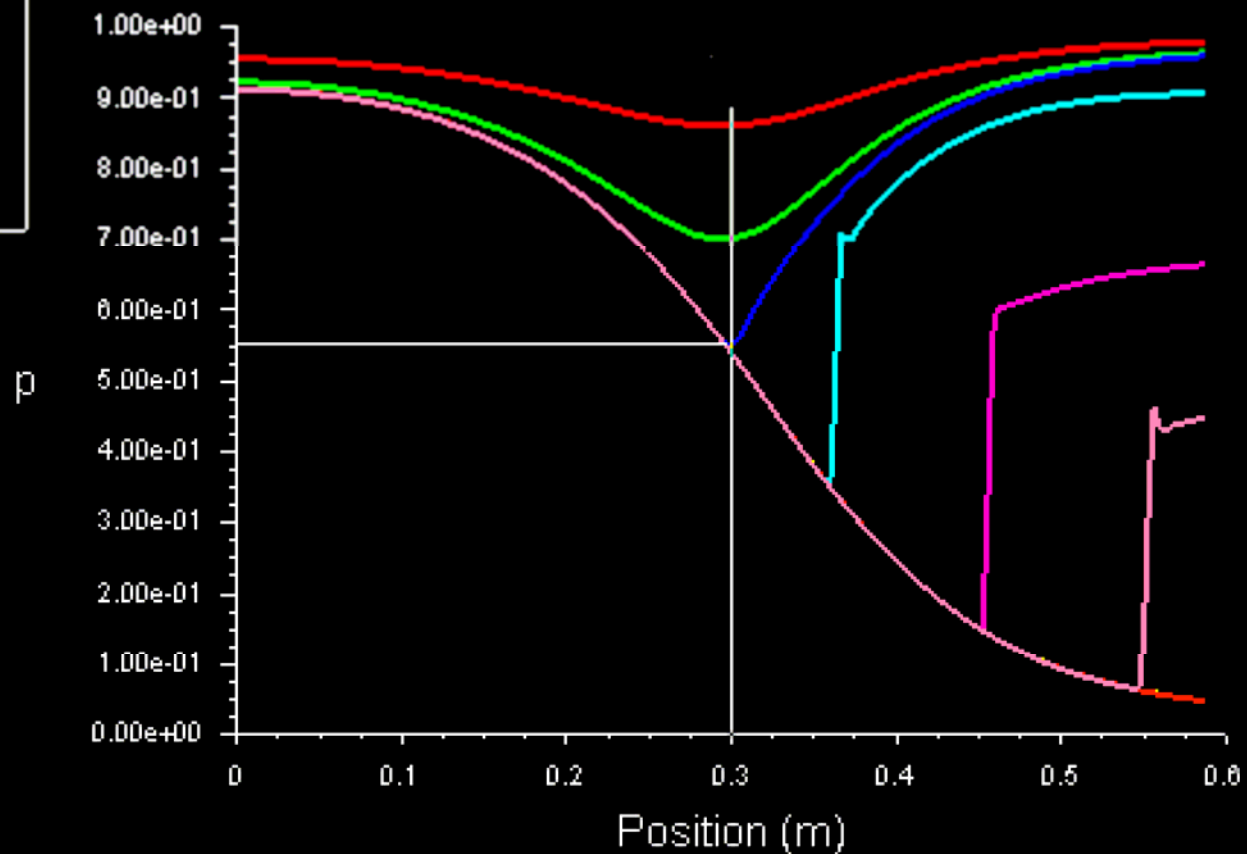


*misma p' y **mayor** sección de salida*

*mismo caudal
 $p_2 > p'$
menor c_2*



- centerline
- centerline
- centerline
- centerline
- centerline
- centerline
- centerline
- centerline



P

Feb 23, 2007

FLUENT 6.2 (axi, dp, coupled imp)

Toberas de geometría variable



Toberas de geometría variable



SISTEMAS ABIERTOS



Toberas de geometría variable y orientables

Valores críticos, o reversibles en el cuello

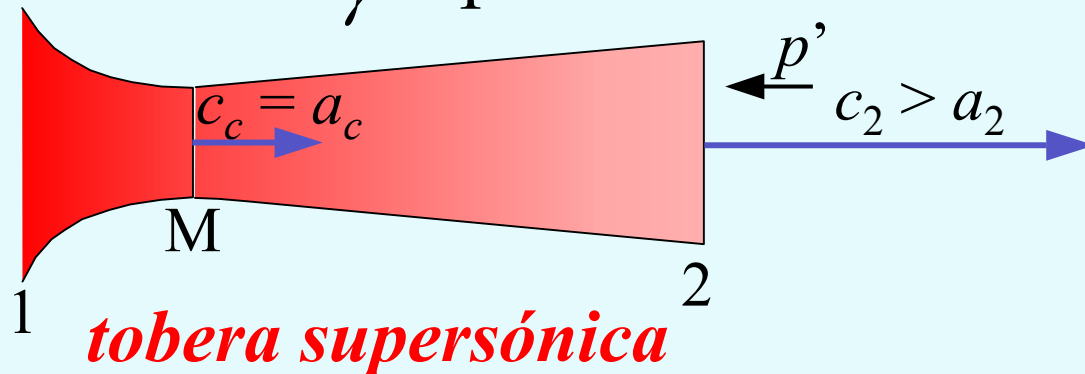
$$\underline{c \cdot (dc)_s + v \cdot (dp)_s = 0}$$

$$\int_1^M c \cdot (dc)_s = -\int_1^M v \cdot (dp)_s$$

$$\int_1^M c \cdot (dc)_s = \frac{a_c^2}{2} = \frac{\gamma_c \cdot p_c \cdot v_c}{2}$$

$$-\int_1^M v \cdot (dp)_s = \gamma \cdot \frac{p_1 \cdot v_1 - p_c \cdot v_c}{\gamma - 1}$$

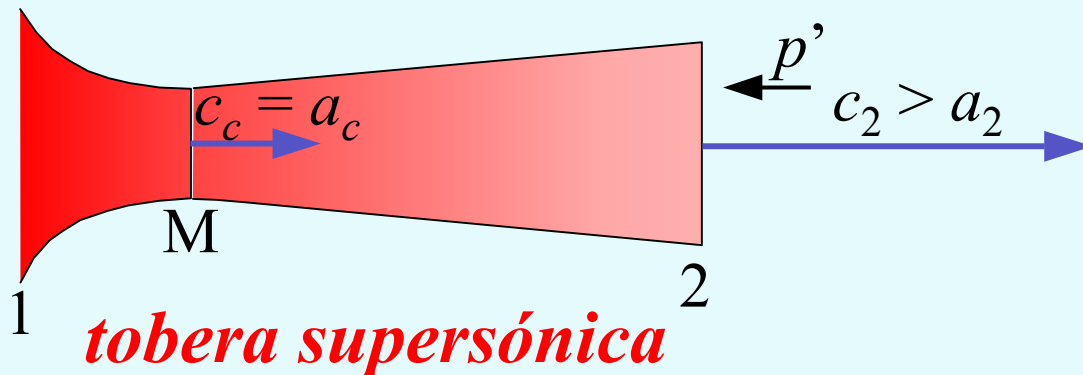
*subíndice c =
valores críticos*



Valores críticos, o reversibles en el cuello

$$\frac{p_c \cdot v_c}{2} = \frac{p_1 \cdot v_1 - p_c \cdot v_c}{\gamma - 1}; \quad \frac{\gamma - 1}{2} = \frac{p_1 \cdot v_1}{p_c \cdot v_c} - 1$$

$$\frac{p_c \cdot v_c}{p_1 \cdot v_1} = \frac{2}{\gamma + 1}$$

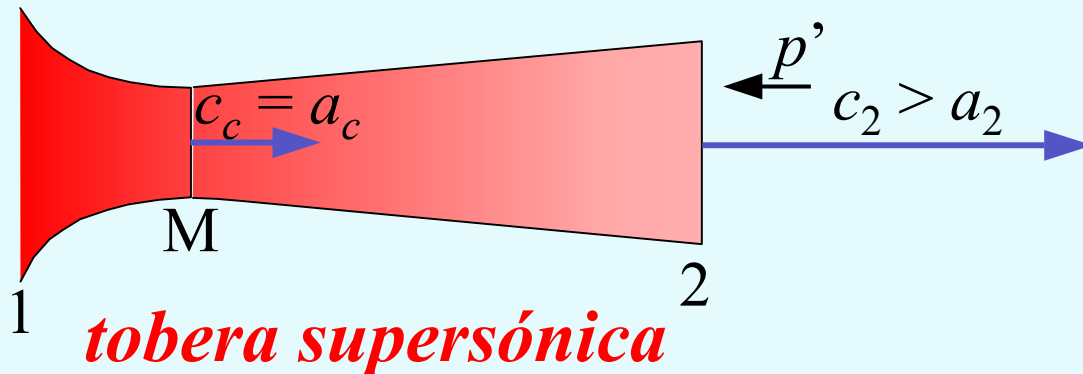


Valores críticos, o reversibles en el cuello

$$\frac{p_c \cdot v_c}{p_1 \cdot v_1} = \frac{2}{\gamma + 1} \quad \frac{p_c}{p_1} \cdot \left(\frac{p_1}{p_c} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{2}{\gamma + 1}; \quad \left(\frac{p_c}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{2}{\gamma + 1}$$

$$\frac{p_c}{p_1} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{v_1}{v_c} = \frac{\rho_c}{\rho_1} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$



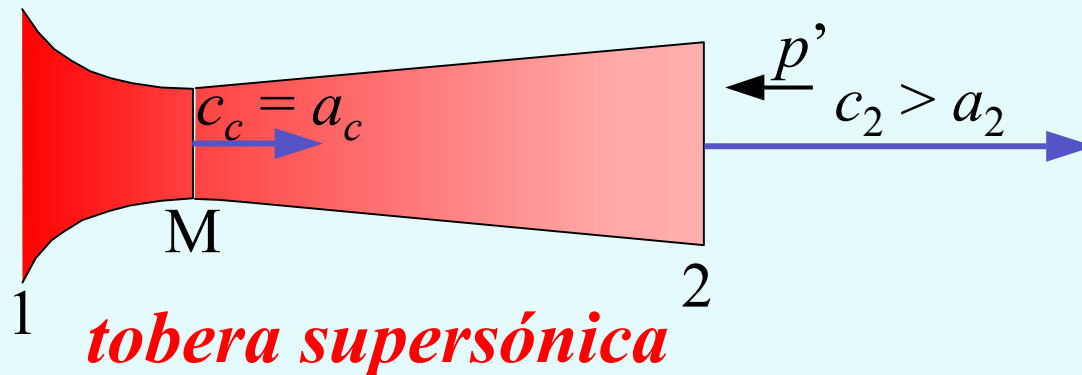
Valores críticos, o reversibles en el cuello

$$\frac{p_c \cdot v_c}{p_1 \cdot v_1} = \frac{2}{\gamma + 1}$$
$$\frac{v_1}{v_c} = \frac{\rho_c}{\rho_1} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

Gases perfectos

$$\frac{T_c}{T_1} = \frac{2}{\gamma + 1}$$

$$\frac{p_c}{v_c} = \frac{p_1}{v_1} \cdot \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}}$$



Valores críticos orientativos

$$\frac{p_c}{p_1} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{\rho_c}{\rho_1} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{T_c}{T_1} = \frac{2}{\gamma + 1}$$

gas

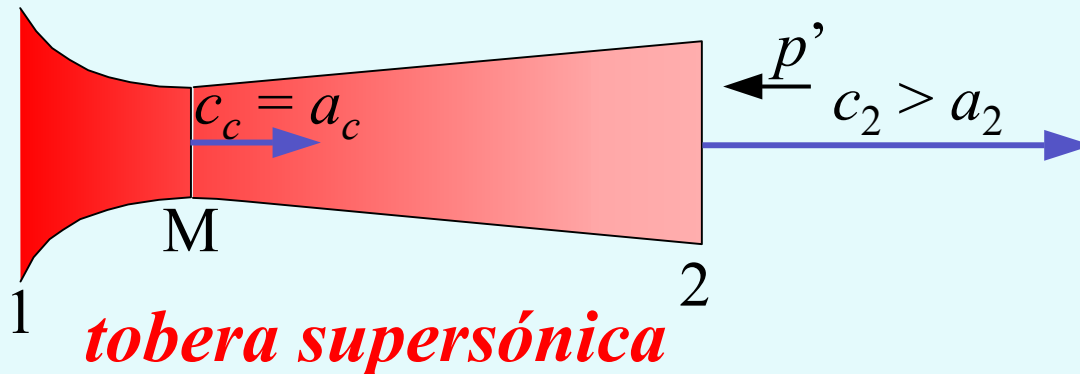
γ

p_c

ρ_c

T_c

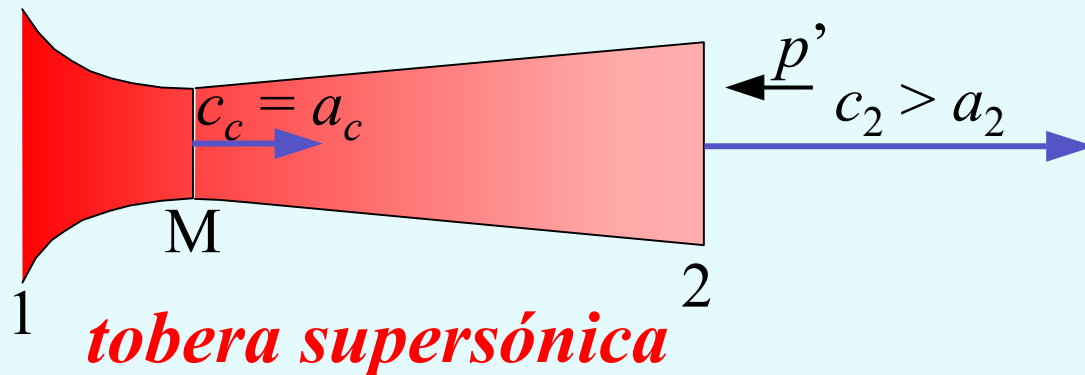
monoatómicos	1,66	$0,488 \cdot p_1$	$0,649 \cdot \rho_1$	$0,752 \cdot T_1$
biatómicos	1,40	$0,528 \cdot p_1$	$0,634 \cdot \rho_1$	$0,833 \cdot T_1$
triatómicos	1,33	$0,540 \cdot p_1$	$0,629 \cdot \rho_1$	$0,858 \cdot T_1$



Valores críticos orientativos

gas	γ	p_c	ρ_c	T_c
monoatómicos	1,66	$0,488 \cdot p_1$	$0,649 \cdot \rho_1$	$0,752 \cdot T_1$
biatómicos	1,40	$0,528 \cdot p_1$	$0,634 \cdot \rho_1$	$0,833 \cdot T_1$
triatómicos	1,33	$0,540 \cdot p_1$	$0,629 \cdot \rho_1$	$0,858 \cdot T_1$

- si $p_c \leq p'$, tobera convergente
- si $p_c > p'$, tobera convergente-divergente



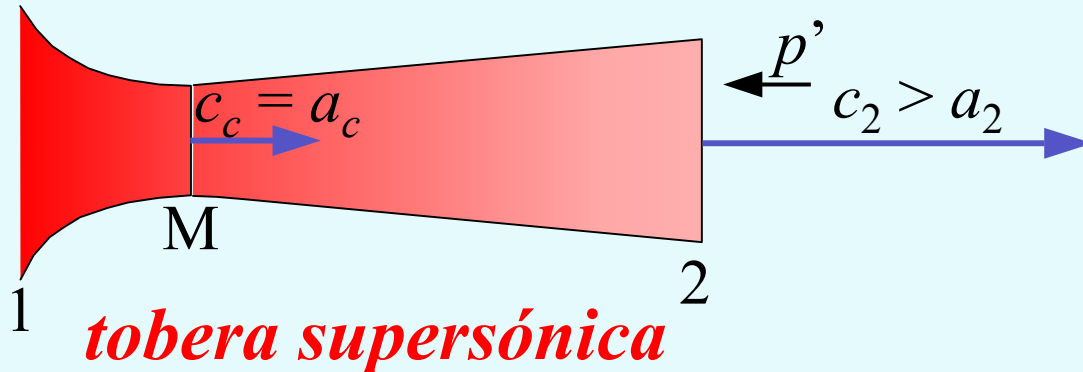
Velocidad crítica

$$\underline{a = \sqrt{\gamma \cdot p \cdot v}}$$

$$\underline{\frac{p_c \cdot v_c}{p_1 \cdot v_1} = \frac{2}{\gamma + 1}}$$

$$c_c = a_c = \sqrt{\gamma \cdot p_c \cdot v_c} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{2}{\gamma + 1} \cdot p_1 \cdot v_1}$$

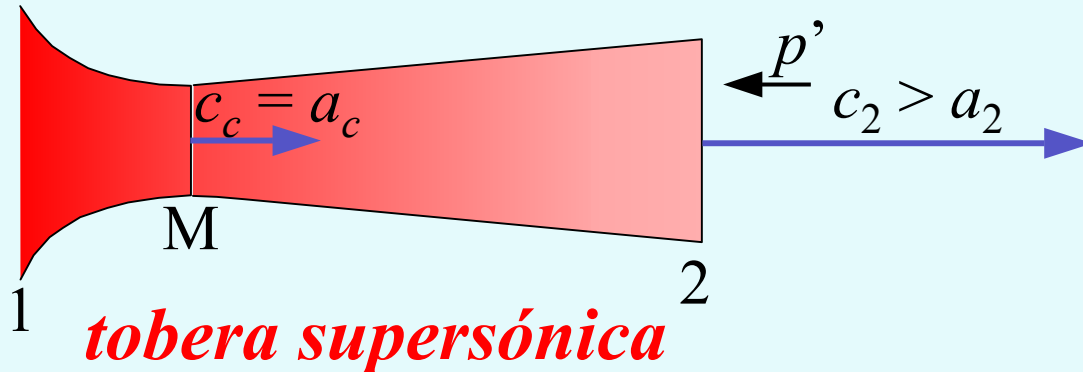
$$c_c = a_c = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma + 1}} \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1}$$



Relación \dot{m}/A_m

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = \frac{c_c}{v_c} = \frac{\sqrt{\gamma \cdot p_c \cdot v_c}}{v_c} = \sqrt{\gamma \cdot \frac{p_c}{v_c}} \quad \underline{\underline{\frac{p_c}{v_c} = \frac{p_1}{v_1} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}}$$

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = \sqrt{\gamma \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \cdot \frac{p_1}{v_1}}$$



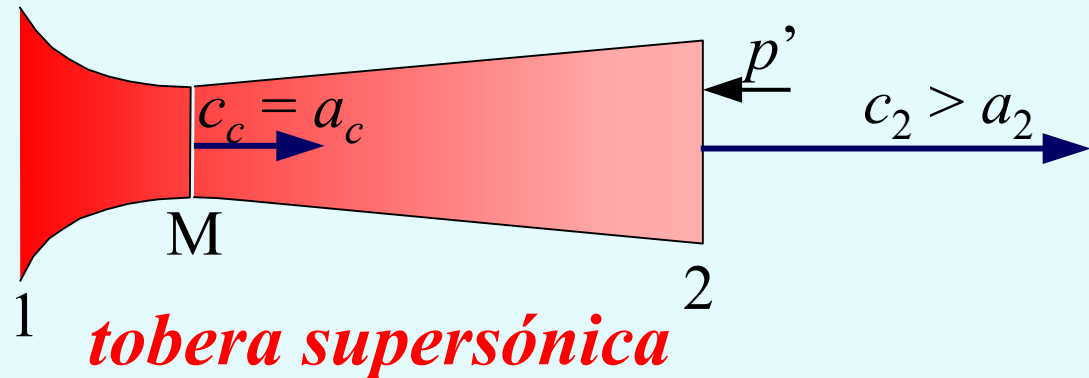
Valores reales en el cuello de la tobera

Temperatura, presión y volumen específico

$$\frac{T_m}{T_1} = \frac{2}{n+1}$$

$$\frac{p_m}{p_1} = \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

$$\frac{v_1}{v_m} = \frac{\rho_m}{\rho_1} = \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-1}}$$



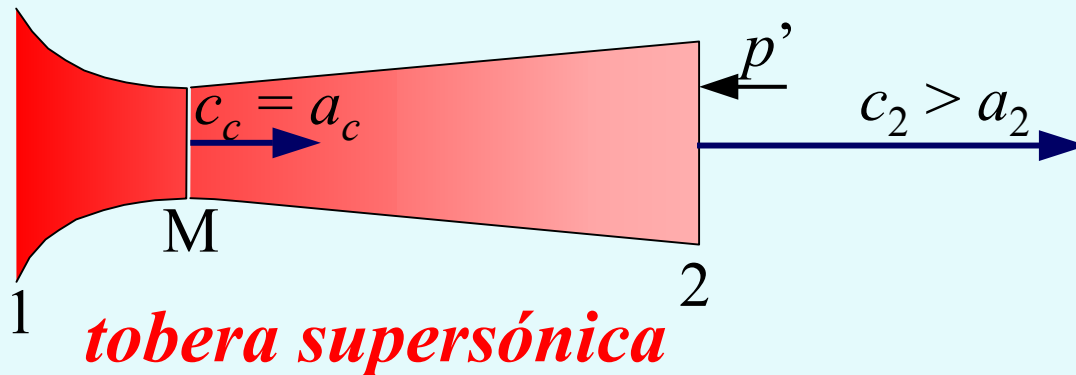
Valores reales en el cuello de la tobera

Velocidad en función del estado inicial

$$c_m = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{n+1} \cdot \frac{n-1}{\gamma-1}} \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1}$$

$$K = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{n+1} \cdot \frac{n-1}{\gamma-1}} \quad (\text{tabla 15})$$

$$c_m = K \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1}$$



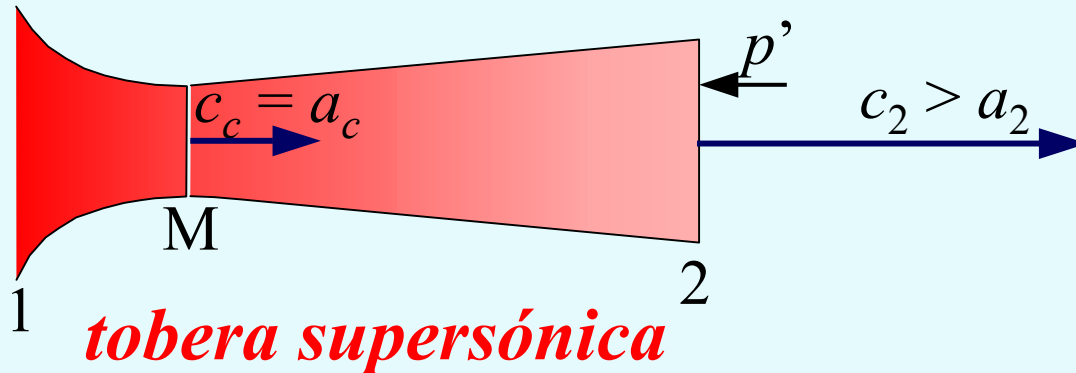
Valores reales en el cuello de la tobera

Área

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{1}{2} \frac{n+1}{n-1}} \sqrt{\gamma \cdot \frac{n-1}{\gamma-1}} \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

$$C = \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{1}{2} \frac{n+1}{n-1}} \sqrt{\gamma \cdot \frac{n-1}{\gamma-1}} \quad (\text{tabla 15})$$

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$



Valores reales en el cuello de la tobera

Tabla 15

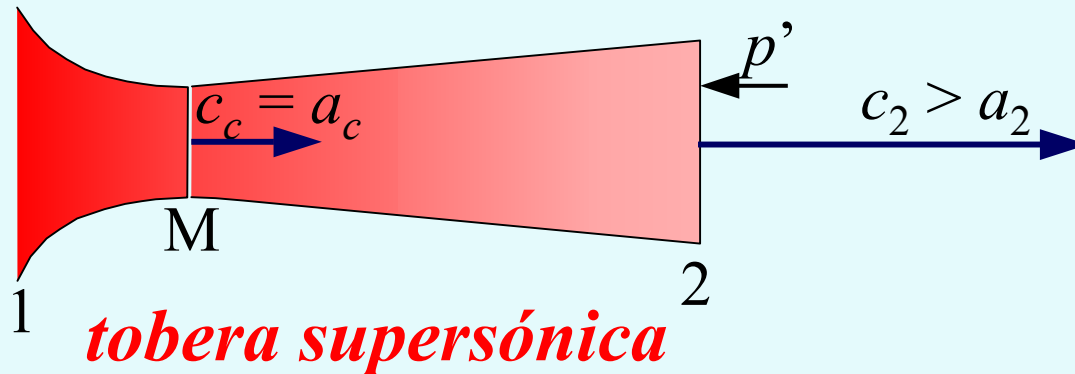
γ = exponente adiabático medio entre T_1 y T_m

n = exponente politrópico, para $\eta = 0,95$

p_m/p_1 = relación de presiones

K = coeficiente de la ec. 5.43

C = coeficiente de la ec. 5.46



EJERCICIO

Calcúlese presión, temperatura y velocidad reales, y el área de la sección mínima:

$$\dot{m} = 0,5 \text{ kg/s}$$

$$T_1 = 1130 \text{ K}$$

$$p_1 = 40 \text{ bar}$$

$$p' = 1 \text{ bar}$$

Solución (tabla 15)

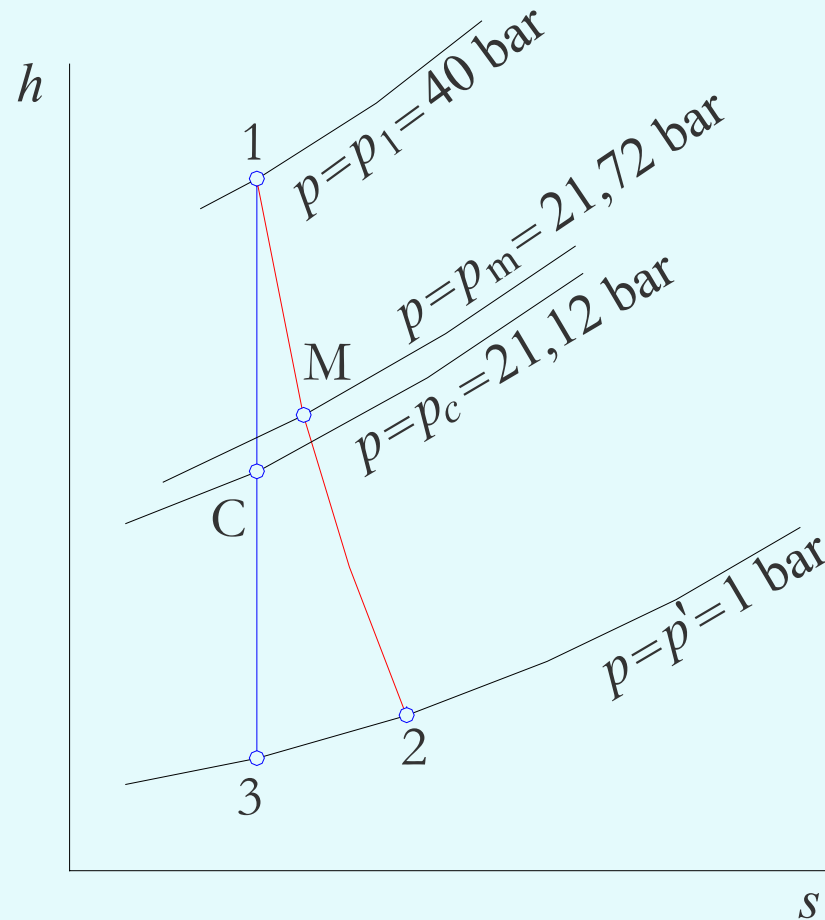
$$\gamma = 1,333$$

$$n = 1,314$$

$$p_m/p_1 = 0,543$$

$$K = 1,042$$

$$C = 0,655$$



Presión en el cuello ($p_c = 21,12$ bar)

$$p_m = 0,543 \cdot p_1 = 0,543 \cdot 40 = 21,72 \text{ bar}$$

Temperatura en el cuello ($T_c = 941$ K)

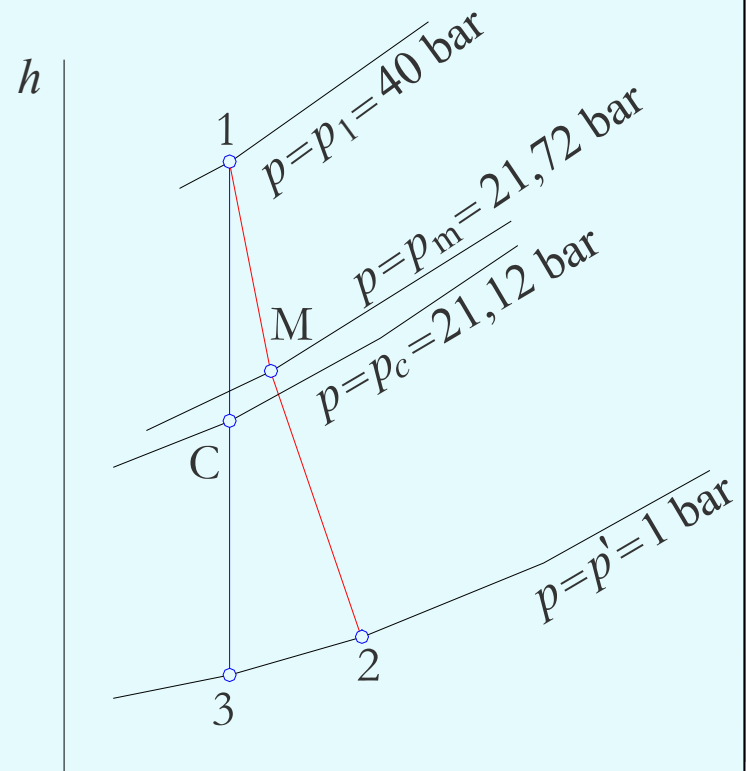
$$T_m/T_1 = 2/(n + 1)$$

$$T_m = 1130 \cdot 2/2,314 = 977 \text{ K}$$

Velocidad en el cuello

$$c_m = K \cdot \sqrt{R \cdot T_1} = 1,042 \cdot \sqrt{\frac{8314,3 \cdot 1130}{28,964}}$$

$$c_m = 593 \text{ m/s} \quad (c_c = 615 \text{ m/s})$$

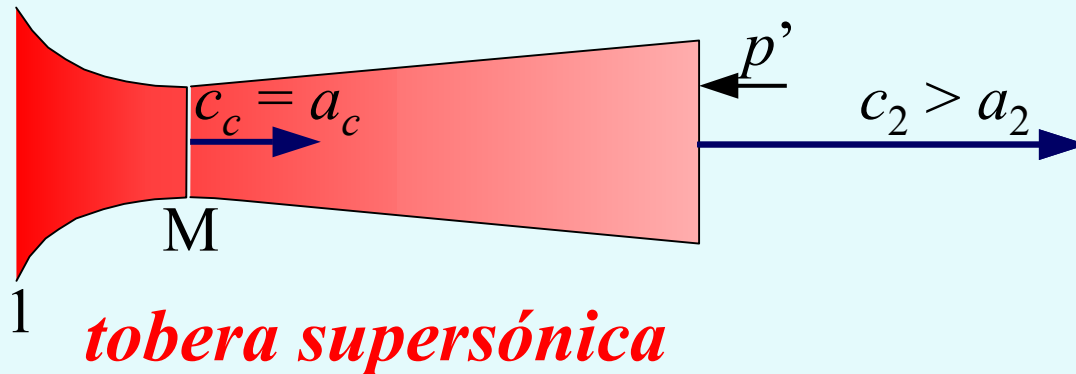


Sección del cuello ($A_{ms} = 1,04 \text{ cm}^2$)

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \frac{p_1}{\sqrt{R \cdot T_1}}$$

$$\frac{0,5}{A_m} = 0,655 \cdot \frac{40 \cdot 10^5}{\sqrt{8314,3 \cdot 1130 / 28,964}}$$

$$A_m = 1,09 \text{ cm}^2$$



Cálculo de una tobera

Datos:

estado inicial p_1, T_1

caudal másico \dot{m}

contrapresión $p' = p_2$

Tobera supersónica ($p' < p_c$)

1. Área A_m del cuello

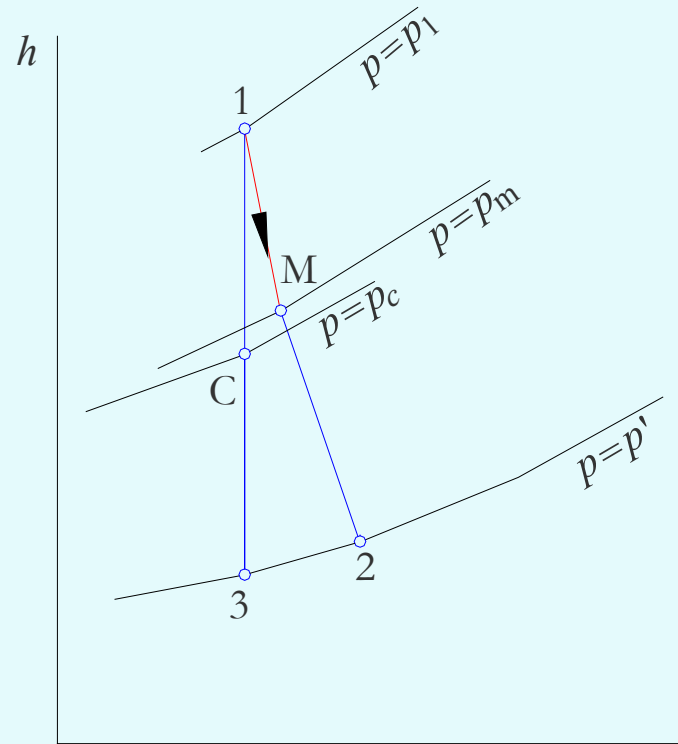
$$\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

2. Entropía y entalpía iniciales, s_1 y h_1 .

3. Entalpía h_3 : p_3 ($p_3 = p'$), s_3 ($s_3 = s_1$).

4. Entalpía h_2

$$\eta = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} \quad (\eta \text{ entre } 0,95 \text{ y } 0,90)$$



s

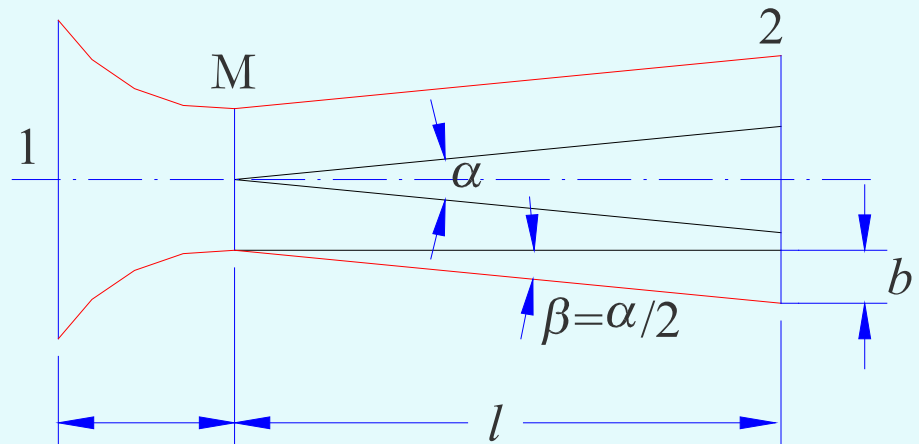
5. Velocidad de salida c_2 ($c_1^2 / 2 \approx 0$)

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = h_1 - h_2; \quad c_2 = \sqrt{2 \cdot (h_1 - h_2)}$$

6. Volumen específico v_2

7. Área A_2 final

$$\dot{m} = \frac{A_2 \cdot c_2}{v_2}$$



8. Longitud l de la parte divergente

Fijar ángulo α de divergencia

Tobera sónica ($p' = p_c$; $A_2 = A_m$)

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \sqrt{\frac{p_1}{\nu_1}}$$

Tobera subsónica ($p' > p_c$)

Mismo procedimiento que para la supersónica:

- el paso 1 lógicamente no procede
- en el paso 4, $\eta = 0,95$ para $Ma_2 = 1$,
 $\eta = 1$ para Ma_2 .muy pequeños

EJERCICIO

Datos:

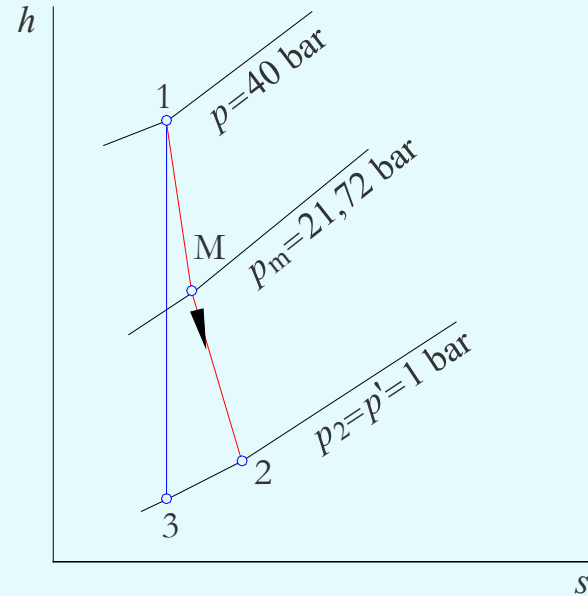
$$\dot{m} = 0,5 \text{ kg/s (aire)}$$

$$T_1 = 1130 \text{ K}$$

$$p_1 = 40 \text{ bar}$$

$$p' = 1 \text{ bar}$$

Tómese $\eta = 90\%$ y $\alpha = 10^\circ$.



Solución

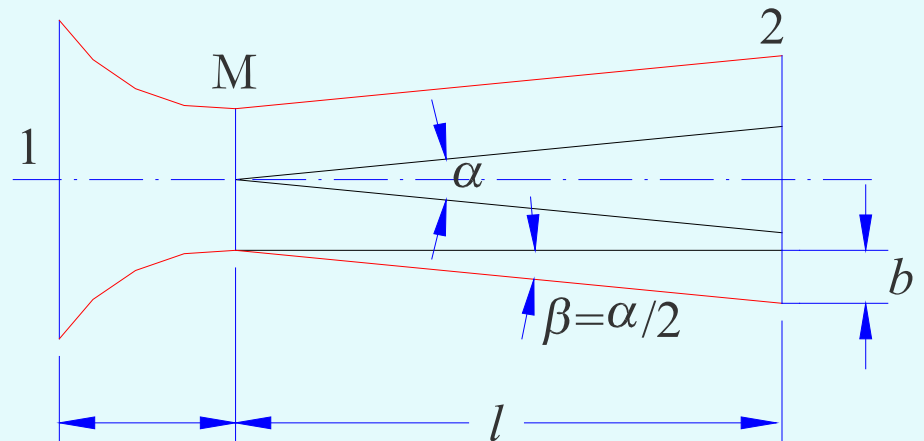
$$p_m = 21,72 \text{ bar}$$

$$T_m = 977 \text{ K}$$

$$c_m = 593 \text{ m/s}$$

$$A_m = 1,09 \text{ cm}^2$$

(ejercicio anterior)



Resultados de PROGASES

PROPIEDADES DE ESTADOS INTRODUCIDOS

GAS: Aire ($M = 28,964$ kg/kmol)

Exergías referidas a $t_a = 20$ °C y $p_a = 1$ bar

est. n°	presión absoluta p bar	temp. absoluta T K	energía interna u kJ/kmol	entalpía específica h kJ/kmol	entropía específ. s kJ/kmolK	exergía entálpica e kJ/kmol	volumen específico v m³/kmol
1	40,00	1130,00	25360,6	34755,7	208,225	23071,0	2,3488
2	1,00	499,62	10456,8	14610,8	213,048	1512,3	41,5402
3	1,00	424,29	8844,8	12372,5	208,225	687,8	35,2772

	p	T	u	h	s	e	v
1	40,00	1130,00	25360,6	34755,7	208,225	23071,0	2,3488
2	1,00	499,62	10456,8	14610,8	213,048	1512,3	41,5402

Velocidad de salida

$$c_2 = \sqrt{2 \cdot (h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot (34757,1 - 14618,4) \cdot 10^3 / 28,964} = 1179 \text{ m/s}$$

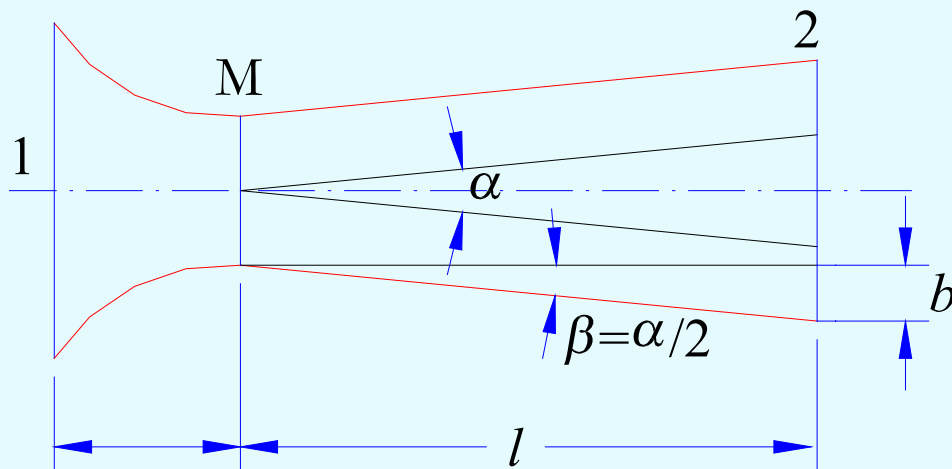
Sección final

$$\dot{m} = \frac{A_2 \cdot c_2}{v_2}; \quad 0,5 = \frac{A_2 \cdot 1179}{1,4353} \quad A_2 = 6,09 \text{ cm}^2; \quad D_2 = 2,78 \text{ cm}$$

Longitud l

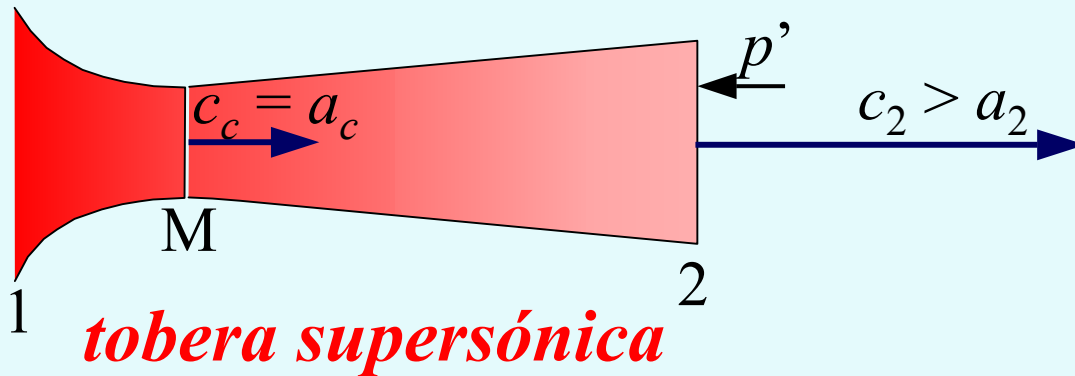
$$l = \frac{b}{\text{tg} \beta} = \frac{(D_2 - D_m) / 2}{\text{tg} \beta};$$

$$l = \frac{2,78 - 1,18}{2 \cdot \text{tg} 5^\circ} = 9,14 \text{ cm}$$



Potencia cinética de salida

$$\underline{P} = \dot{m} \cdot \frac{c_2^2}{2} = 0,5 \cdot \frac{1179^2}{2} = 347,5 \cdot 10^3 \text{ W} = \underline{\underline{347,5 \text{ kW} (472,5 \text{ CV})}}$$



EJERCICIO

Calcúlese tobera y su eficiencia (tómese $\eta = 92\%$ y $\alpha = 10^\circ$):

$\dot{m} = 15 \text{ kg/s}$ vapor de agua

$t_1 = 540 \text{ }^\circ\text{C}$

$p_1 = 160 \text{ bar}$

$p' = 40 \text{ bar}$

tabla 15

$\gamma = 1,277$

$n = 1,261$

$p_m/p_1 = 0,553$

$K = 1,032$

$C = 0,645$

Presión en el cuello

$$p_m = 0,553 \cdot 160 = 88,48 \text{ bar}$$

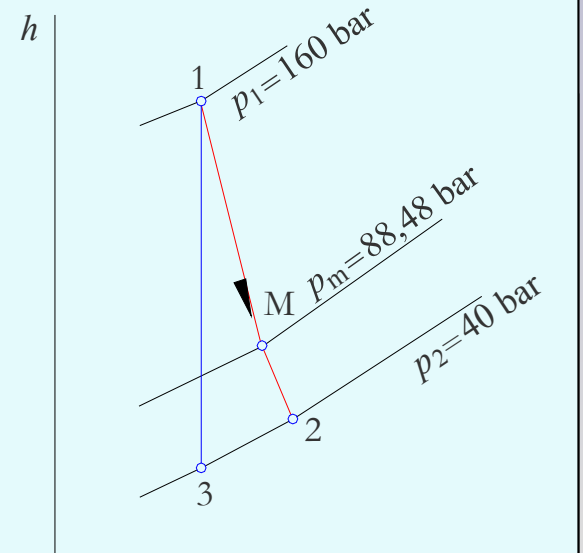
Velocidad en el cuello

$$c_m = K \cdot \sqrt{p_1 \cdot v_1} = 1,032 \cdot \sqrt{160 \cdot 10^5 \cdot 20,928 \cdot 10^{-3}} = 597 \text{ m/s}$$

Sección del cuello

$$\frac{\dot{m}}{A_m} = C \cdot \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}; \quad \frac{15}{A_m} = 0,645 \cdot \sqrt{\frac{160 \cdot 10^5}{20,928 \cdot 10^{-3}}}$$

$$A_m = 8,411 \text{ cm}^2; \quad D_m = 3,27 \text{ cm}$$



Resultados de PROPAGUA

Agua (líquido y/o vapor): Propiedades de estados introducidos

est.	título	presión absoluta	tempe- ratura	entalpía específica	entropía específica	volumen específico	exergía entálpica
	x	p bar	t °C	h kJ/kg	s kJ/kg K	v dm ³ /kg	e kJ/kg
1	V	160,000	540,00	3410,30	6,44810	20,9280	1522,90
2	V	40,000	329,55	3042,81	6,50162	63,4448	1139,72
3	V	40,000	317,54	3010,85	6,44810	61,616	1123,45

	x	p bar	t °C	h kJ/kg	s kJ/kg K	v dm ³ /kg	e kJ/kg
1	V	160,000	540,00	3410,30	6,44810	20,9280	1522,90
2	V	40,000	329,55	3042,81	6,50162	63,4448	1139,72

Velocidad final

$$c_2 = \sqrt{2 \cdot (h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot (3410,3 - 3042,9) \cdot 10^3} = 857,2 \text{ m/s}$$

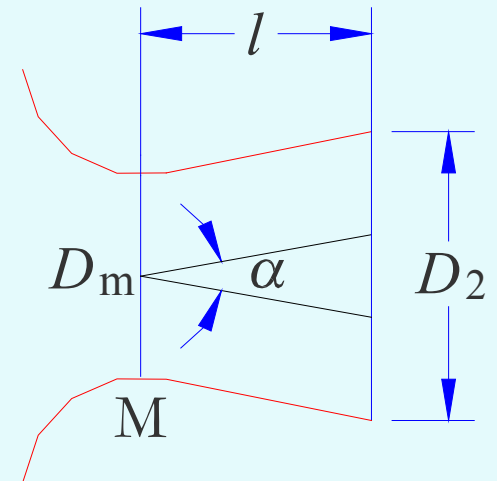
Sección final

$$\dot{m} = \frac{A_2 \cdot c_2}{v_2}; \quad 15 = \frac{A_2 \cdot 857,2}{63,45 \cdot 10^{-3}}$$

$$A_2 = 11,10 \text{ cm}^2; \quad D_2 = 3,76 \text{ cm}$$

Longitud l

$$l = \frac{b}{\text{tg}(\alpha/2)} = \frac{(D_2 - D_m)/2}{\text{tg}(\alpha/2)} = \frac{(3,76 - 3,27)/2}{\text{tg} 5^\circ} = 2,80 \text{ cm}$$



	x	p bar	t °C	h kJ/kg	s kJ/kg K	v dm ³ /kg	e kJ/kg
1	V	160,000	540,00	3410,30	6,44810	20,9280	1522,90
2	V	40,000	329,55	3042,81	6,50162	63,4448	1139,72

Exergías del flujo

$$e_{f2} = e_2 + c_2^2 / 2 = e_2 + (h_1 - h_2) = \underline{1139,7} + (3410,3 - 3042,8) = 1507,2 \text{ kJ/kg}$$

$$e_{f1} = e_1 = \underline{1522,9 \text{ kJ/kg}}$$

Exergía destruida

$$e_d = e_{f1} - e_{f2} = 1522,9 - 1507,2 = 15,7 \text{ kJ/kg}$$

Eficiencia, o rendimiento exergético

$$\psi = \frac{e_{f2}}{e_{f1}} = \frac{1507,2}{1522,9} = \underline{0,990} \quad (\eta = 920\%)$$

