Propiedades de las Operaciones Aritméticas

Suma

La suma es una operación que se deriva de la operación de contar. Los términos de la suma se llaman sumandos. Las propiedades de la suma son:

- **Conmutativa**: a + b = b + a.
- **Asociativa**: a + (b + c) = (a + b) + c.
- **Elemento neutro**: a + 0 = a.
- **Elemento simétrico**: a + (-a) = 0.

Resta

Al igual que la suma la resta es una operación que se deriva de la operación de contar. Los términos de la resta se llaman minuendo (cantidad inicial) y sustraendo (cantidad a descontar). Las propiedades de la resta son:

- **No es conmutativa**: a - b ≠ b – a.
- **No es asociativa**: a - (b - c) ≠ (a - b) - c.
- **Elemento neutro**: a – 0 = a.
- **Elemento simétrico**: a – (a) = 0.

Producto

Muchas veces tenemos que sumar un número consigo mismo varias veces. Por ejemplo, si tenemos que sumar 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5, sería más breve representarlo así 5 · 7 (esto significaría sumar 5 condigo mismo 7 veces). La multiplicación es una forma abreviada de hacer un tipo especial de sumas. Los términos de la multiplicación se llaman multiplicando (el numero que se suma) y multiplicador (el número de veces que se suma). Las propiedades de la multiplicación son:

- **Conmutativa**: a · b = b · a
- **Asociativa**: a · (b · c) = (a · b) · c
- **Elemento neutro**: a · 1 = a
- **Elemento simétrico**: a · 1/a ≡ a / a = 1
- **Distributiva respecto de la suma**: a · (b + c) = a · c + a · d

División

La división es la operación que tenemos que hacer para repartir un número de cosas entre un número de personas. Los términos de la división se llaman *dividendo* (el número de cosas), *divisor* (el número de personas), *cociente* (el numero que le corresponde a cada persona) y *resto* (lo que sobra). Si el resto es cero la división se llama exacta y en caso contrario inexacta.

Propiedades de la división:

- **No conmutativa**: a / b≠b / a
- **No asociativa**: a / (b / c) =(a / b) / c
- **Elemento neutro**: a / 1 = a
- **Elemento simétrico**: a / a = 1

Potencia

En bastantes ocasiones tenemos que multiplicar un número por si mismo un número dado de veces. Por ejemplo: 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5 · 5. Una forma de representar esta operación es 5^7 (esto quiere decir que hay que multiplicar 5 por si mismo 7 veces). El número inferior se llama *base* y el superior *exponente*. Las propiedades de la potenciación:

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m / a^n = a^{m-n}$
- $a^0 = 1$ (se deriva de la propiedad anterior $a^m/a^m = 1 = a^{m-m} = a^0$)
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $(a \cdot b \cdot c)^m = a^m \cdot b^m \cdot c^m$
- $a^{-n} = 1/a^n$ (se deriva de la segunda propiedad).

Raíz

El cálculo de la raíz es la operación inversa de la potenciación. Supongamos que nos dan un número a y nos piden calcular otro, tal que, multiplicado por si mismo un número b de veces nos da el numero a. Por ejemplo: calcular qué número multiplicado por si mismo 2 veces da 196. Ese número es 14. El número que esta dentro de la raíz se llama *radicando*, el grado de la raíz se llama *índice del radical*, el resultado se llama *raíz*. **La radicación es un caso particular de la potenciación**. En efecto, la raíz cuadrada de un numero (por ejemplo a) es igual que $a^{1/2}$, del mismo modo la raíz cúbica de a es $a^{1/3}$ y en general, la raíz enésima de un numero a es $a^{1/n}$.

La mejor forma de resolver los ejercicios de operaciones con raíces es convertir las raíces a potencias y operar teniendo en cuenta las propiedades dadas para la operación de potenciación.

Logaritmo

El logaritmo en base a de un número n, es otro número b, tal que cumple esta ecuación: $a^b = n$. Dicho matemáticamente $\log_a n = b \equiv a^b = n$.

Propiedad: *El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores*. Supongamos:

- $\log_a n_1 = b_1 \equiv a^{b1} = n_1$
- $\log_a n_2 = b_2 \equiv a^{b2} = n_2$
- Se deduce que $\log_a n_1 . n_2 = \log_a a^{b1} \cdot a^{b2} = b \equiv a^b = a^{b1} \cdot a^{b2} = a^{b1+b2}$.

De igual manera se demostraría que el logaritmo de un cociente es la diferencia de los logaritmos del numerador y denominador, y con un poco más de trabajo que el logaritmo de una exponenciación es igual al exponente por el logaritmo de la base.

¿Cómo se cambia de base un logaritmo?

Según la definición de logaritmo, $\log_a b = c$, quiere decir que $b = a^c$. Tomando logaritmos en base n, a esta última expresión, $\log_n b = c \log_n a$, pero como $c = \log_a b$. Entonces $\log_a b = \log_n b / \log_n a$.