



Diseño de una investigación para identificar los significados de fracción que ponen de manifiesto los profesores de primaria en Chile.

Marta Cecilia **Salazar** Aburto
Universidad Católica Silva Henríquez.
Chile
mcsalaza@uc.cl

Sergio **Martini** Valencia
Pontificia Universidad Católica
Chile
smartini@uc.cl
Alexander **Maz** Machado
Universidad de Córdoba
España
ma1mamaa@uco.es

Resumen

El siguiente trabajo se enmarca en la investigación de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, específicamente en el tema de fracciones, debido a las dificultades que dicho concepto presenta al momento de su enseñanza y aprendizaje. Se presentan antecedentes que sustentan el problema objeto de estudio. El objetivo es identificar los significados que ponen de manifiesto los profesores de 5° año básico en la enseñanza de las fracciones, analizando los modelos, las representaciones y los recursos utilizados.

A partir de los videos grabados el año 2009 en el programa *Docentemás*, se seleccionaron aquellos cuyo contenido era de fracciones. La muestra es intencional. La investigación es descriptiva y exploratoria. Para el análisis de los videos se elaboró un registro de observaciones mediante la asignación de

etiquetas descriptivas, definiendo en qué consiste cada una de ellas y que se observará en los videos.

Palabras claves: fracciones; profesores de primaria; matemáticas; modelos; representaciones; enseñanza en Chile.

Introducción

Un buen número de investigadores en educación matemática, coinciden en que dentro de los contenidos matemáticos que presentan mayores dificultades tanto en la enseñanza como en los aprendizajes escolares, sobre todo en niveles básicos de educación, son las fracciones. Así, como el conocimiento de los números racionales en general, llegando a constatar que las dificultades, abarcan tanto el nivel conceptual como la destreza en el cálculo (Llinares y Sánchez, 2000; Kieren, 1976, 1988, 1993; Freundenthal, 1983; Pereda y Valdemoros, 2007; Ríos, 2007).

Considerando que los contenidos de las fracciones son importantes dentro de los aprendizajes incorporados al currículo escolar, donde los números racionales positivos, ocupan una parte destacada en la Aritmética que figura en el currículo oficial de enseñanza primaria y secundaria. Una vez incorporado al currículo, no solo está presente en los objetivos destinados a este tema, sino que está inmerso en todos los contenidos, ya que cuando se trabaja con números, las fracciones aparecen constantemente (Ríos, 2007). Chile no es la excepción, el contenido de los números racionales positivos abarca una parte importante del eje Números, comenzando la enseñanza del concepto de fracción en cuarto año de Enseñanza Básica.

Escolano y Gairín (2005) mencionan que un estudio realizado por el INCE con alumnos españoles de sexto curso de Educación Primaria (12 años), refleja que cada cuatro estudiantes tres de ellos no comprenden el concepto de fracción y sus operaciones.

La dificultad de los escolares para comprender el concepto de fracción se puede atribuir a las formas “restringidas” con que se enfoca el concepto en la enseñanza básica, al respecto Llinares y Sánchez (2000) señalan que en los manuales estudiados por ellos muchas veces no se presenta el tema con una visión pluralista. Escolano y Gairín (2005) también atribuyen gran parte de las dificultades de comprensión de las fracciones al proceso instructivo, coincidiendo que la forma casi exclusiva de enseñar las fracciones en el proceso de enseñanza en el sistema español, se da bajo el modelo parte-todo, es más, mencionan que dicho modelo se utiliza al mismo tiempo para introducir el número decimal como “otra forma” de escribir las fracciones decimales. En esta misma perspectiva, Ríos (2007) observó, producto de visitas a escuelas, revisiones de textos escolares, observaciones a profesores, revisiones de programas y proyectos, que en las aulas escolares de enseñanza básica y secundaria en Venezuela, también predomina en la enseñanza de las fracciones la interpretación parte-todo con representaciones gráficas, con figuras geométricas, tales como el círculo y el rectángulo. De este modo, el tratamiento de totalidad predominante es el continuo, no considerando el caso discreto, sino que este es planteado como caso particular de la multiplicación de fracciones por un número natural.

También Llinares y Sánchez (2000) consideran que la diversidad de puntos de vista es esencial en el estudio de las fracciones a un nivel elemental, debido a que la introducción en una forma única conduce a un conocimiento atrofiado y no permite tener experiencias con estas de manera que lleguen a comprender el concepto. Para revertir esta situación es necesario incluir aspectos que potencien el papel de las fracciones como razón, como

transformación, como cociente de números naturales en situaciones de reparto, su vinculación con los decimales, etc. (Kieren, 1976; Streefland, 1978).

De esta forma, la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones requieren una especial atención, no sólo por el hecho que estén presentes en el currículo escolar, sino que su aprendizaje está condicionado a la variedad de estructuras cognitivas a las que diferentes interpretaciones de las fracciones están conectadas. Esto es, que el concepto global de fracciones no se llega de una vez totalmente (Llinares y Sánchez, 2000).

Considerando que, los profesores cumplen un papel primordial en la enseñanza de los aprendizajes en los estudiantes, ya que son los encargados de transmitir los conocimientos formales y científicos a los escolares. Desde esta perspectiva y considerando la importancia de las fracciones en el proceso de la enseñanza y del aprendizaje, resulta primordial que los docentes conozcan las fracciones dominando la diversidad de interpretaciones que tiene este concepto; sólo así, va a lograr que los estudiantes comprendan el concepto de fracción, resolviendo situaciones en diferentes contextos (no todas pueden ser resueltas por una misma interpretación). Además, el conocimiento y aplicación de varias representaciones o modelos permitirá al estudiante desarrollar procesos mentales tales como la comparación, análisis, síntesis y planteamientos de inferencia, procesos que son propios del razonamiento matemático y de este modo se puede decir que el estudiante ha llegado a comprender el concepto de fracción (Ríos, 2007; Llinares y Sánchez, 2000; Kieren, 1976; Streefland, 1978; Gairín y Escolano, 2005).

A partir de lo anterior, se puede decir que las fracciones son importantes en el currículo escolar obligatorio, su importancia radica fundamentalmente en la capacidad de desarrollar una gran diversidad de competencias cognitivas en los sujetos en edad escolar (Streefland, 1991; Thompson, 1995, mencionado por Gairín y Sancho, 2002). Lo que ha generado una diversidad de estudios con el fin de superar las dificultades que presentan los escolares en la comprensión del concepto. En particular en esta investigación vamos a analizar la enseñanza y los aprendizajes de las fracciones focalizándonos en el quehacer docente.

Planteamiento de la investigación

Creemos que la investigación sobre la enseñanza de las fracciones en primaria es relevante considerando que, si bien el tema ha sido estudiado de diferentes perspectivas, resulta inédita ya que se observará el dominio de los profesores del conocimiento de las fracciones, las que se verán reflejadas en los diferentes modelos o representaciones de las fracciones que pueda aplicar en la enseñanza de este contenido, y el constructo(s) o concepto (s) de fracción que utiliza en el transcurso de la clase. La investigación está centrada en la observación del docente, que a la hora de tomar decisiones frente a un contenido, prima su forma de pensar, pero por sobre todo, los conocimientos que tenga del contenido, que se ven reflejadas en la forma de preparar la clase y forma de ser llevada en la práctica en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, en otras palabras, en las situaciones que plantea a la hora de entregar los contenidos a los escolares (Llinares, Sánchez, 2000).

Las preguntas fundamentales que guían esta investigación son:

- ¿Qué tipo de modelos, representaciones, recursos y actividades utiliza el profesor en la enseñanza de las fracciones?
- ¿Cuáles son los significados de fracción que los maestros pondrán en evidencia cuando enseña contenidos relacionados con este concepto?

Objetivo General

- Determinar los significados que ponen de manifiesto los profesores de 5° año básico, cuando enseñan contenidos relacionados con las fracciones.

Objetivos Específicos

- Analizar y describir las representaciones que utiliza los profesores en la enseñanza de un contenido de fracciones.
- Identificar los modelos de fracciones que pone de manifiesto el profesor en la enseñanza de las fracciones.
- Describir e identificar el lenguaje que utiliza el profesor en la enseñanza de las fracciones.
- Identificar los significados de fracción que utiliza el profesor en la enseñanza de un contenido de fracciones.
- Describir y analizar las estrategias que utiliza para explicar los conceptos relacionados con las fracciones en la clase.
- Describir y analizar las actividades que realizan los estudiantes en clase.
- Qué tipos de ejemplo utiliza y si esos ejemplos son coherentes con el modelo de fracción que está impartiendo.

Marco de Referencia

La enseñanza de las fracciones en el sistema escolar

Autores como Kieren (1976) aluden a que el conocimiento de las fracciones es un fundamento para la comprensión de las relaciones algebraicas posteriores, señalando además, que el entendimiento de los números racionales es esencial para el desarrollo y control de las ideas matemáticas.

Son varias las investigaciones que se han centrado en la enseñanza y los aprendizajes de los números racionales positivos, pasando por diferentes ámbitos hasta llegar hoy día a centrarse en las secuencias de enseñanza que son estudiadas minuciosamente, con el fin de indagar que aprenden los estudiantes a través de ellas en el sistema educativo.

A continuación señalamos algunos de los factores que pueden incidir en la enseñanza y los aprendizajes de las fracciones.

Antes de analizar los factores que pueden incidir en la enseñanza y los aprendizajes de las fracciones, revisaremos las diferentes interpretaciones en torno al concepto de fracción.

Significados de los números racionales positivos: interpretación del concepto de fracción

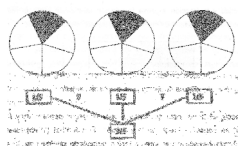
El número racional tiene más de un significado, estos distintos significados llamados interpretaciones. Un gran número de investigadores coinciden en aceptar los significados de fracción como: parte-todo, cociente, razón, operador y medida (Behr y otros, 1993; Castro y Torrealbo, 2001; Gairín y Sancho, 2002; Llinares y Sánchez, 1988). En esta investigación consideraremos como válidos estas interpretaciones y nos apoyaremos en sus caracterizaciones, las que se describen a continuación:

Parte-todo: se da en situaciones en las que un *todo*, ya sea éste continuo o discreto, ha de ser dividido en *partes* equivalentes. El todo es designado como la unidad y la fracción expresa la relación que existe entre el número de partes y el número total de partes en que ha sido dividido el *todo*. por ejemplo en la figura siguiente representa la fracción $3/5$

Es decir, el todo esta compuesto por elementos separables y finitos; el “todo” se conserva luego de la partición.

Medida: se presenta en situaciones que determinan que partes o fracciones de medidas del sistema internacional de medidas, por ejemplo: “media hora”, “un cuarto de kilo”, etc.

Cociente: los fenómenos asociados a este contexto tienen que ver con la operación de dividir un número natural por otro ($a:b = a/b$). esta interpretación hace ver la fracción a/b como una división indicada, estableciendo una acción de reparto. Por ejemplo “En un restaurante hay que repartir tres pizzas entre cinco niños. ¿cuánto corresponde a cada uno?” El resultado es $3/5$ y lo obtenemos a partir de un proceso de diferenciar, dividir, abreviar, representar, simbolizar, ... indicando mucho más que la simple representación del diagrama. (Llinares y Sánchez, 1988; p. 64)



En esta figura se refleja el ejemplo de reparto

Razón: En ocasiones, las fracciones son utilizadas como un índice comparativo entre dos cantidades o conjuntos de unidades, otorgándose entonces un significado de razón a la fracción; al mismo tiempo es conocida esta situación como relación parte con parte (Castro y Torralbo, 2001). En el ejemplo siguiente se puede apreciar la razón

Operador: Bajo esta consideración, la fracción es interpretada como algo que actúa y modifica una situación, es decir, asume un papel de transformadores realizando una secuencia de operaciones de multiplicación y división.

La interpretación Parte-todo tiene una importante presencia en el sistema educativo; donde las prácticas pedagógicas lo llevan casi como un único concepto de las fracciones.

Dificultades en la enseñanza y los aprendizajes de las fracciones

La comprensión del concepto de fracción, sólo puede alcanzarse a través del conocimiento de las diversas interpretaciones del concepto.

Con relación a la enseñanza de las fracciones en el sistema escolar, investigadores como Gairín y Sancho (2002), Escolano y Gairín (2005), mencionan que el significado parte-todo pasa a constituir, de forma casi exclusiva, el proceso de enseñanza de las fracciones. En este caso por lo general se recurre a la presentación de las fracciones como partes distinguibles (a través del sombreado o colores diferentes), y otros aparecen en blanco o dejando constancia de su ausencia, de una superficie representada por una figura geométrica.

Así, el significado de la fracción como relación parte-todo se define cuando existe la división de una unidad en partes iguales de las que se “destacan” algunas de ellas. Correspondiendo al denominador las partes en que se ha dividido la unidad, mientras las partes que se destacan están indicadas por el numerador (Gairín y Sancho, 2002).

Por otra parte, Escolano y Gairín (2005) analizan la enseñanza bajo la concepción parte-todo señalando que la resolución de este tipo de tareas exige al escolar realizar transferencias entre representaciones gráficas y representaciones simbólicas. Donde el estudiante debe realizar las siguientes acciones:

- Buena parte del conocimiento lo realiza en forma visual, promoviendo el aprendizaje pasivo.
- Describir, en la representación gráfica, las partes que representan el “todo” y las que representan las partes destacadas.

- Debe realizar un doble recuento, el de las partes distinguibles y el del total de las partes, con esto se refuerza el sentido de número natural.

- Representar, de forma simbólica, el resultado de los dos recuentos, colocar debajo de una línea o raya el resultado del todo y, escribir sobre la línea, el resultado de contar las partes destacables. Con esto la fracción no tiene status de número, debido que para el estudiante esta representación simbólica no tiene entidad de número porque la entiende como una situación descriptiva.

No debemos olvidar que a partir de la teoría de las magnitudes del libro V de Euclides se elaboró en el transcurso de los siglos un sistema de números cada vez más satisfactorio, llegando a nuestro cuerpo de reales, es decir, a partir de la medida de magnitudes nacieron los números racionales. Sin embargo, con el tipo de actividades que se enseña a los escolares las fracciones basadas en Parte-todo, se ignora la medida de magnitudes, al escolar se le oculta la existencia de un proceso de medida.

Por lo general en la instrucción basada en la interpretación parte-todo, se lleva a cabo con los siguientes hechos:

En las actividades a realizar no se hace mención a la magnitud de superficie, la que se utiliza en las tareas, debido que estas se resuelven a través de un doble conteo, con esto se hace omisión de la magnitud utilizada.

Existe una indefinición de la unidad. El “todo” o la unidad no se hace explícita a los estudiantes, más bien se oculta su superficie. De esta forma, las figuras suelen presentarse superpuestas y claramente diferenciadas según la particularidad del color de manera que el estudiante no tiene la necesidad de reconocer la unidad para resolver la tarea.

De este modo, el tratamiento de totalidad predominante es el continuo, no se considera el caso discreto, o bien se representan a través de simples puntos (en cantidades discretas), más bien es planteado como un caso particular de la multiplicación de fracciones por un natural. Por otra parte, el número mixto no es tratado en la mayoría de los casos. Al ser trabajada bajo la concepción parte-todo a la fracción impropia no se le encuentra significado ya que se van a tomar más partes de las que se ha dividido la unidad.

El aprendizaje de las fracciones bajo un solo constructo, no solo impide que los estudiantes construyan el concepto de fracción como un número racional, sino, que los maestros o docentes piensan que el escolar sí, ha sido capaz de desarrollar el concepto, bajo la concepción parte-todo, incluso ha establecido relaciones –equivalencia y orden-, operaciones –significado y algoritmos-, lo que puede llegar a concluir que el estudiante está capacitado para trasladar dicha comprensión y destreza a interpretaciones y contextos diferentes. Sin embargo, la capacidad de “trasladar esa comprensión” en los estudiantes a diferentes contextos no está del todo clara, es decir, puede ser que el escolar tenga claro el significado de una fracción en una determinada situación, sabiendo realizar su representación con diagramas y de forma numérica, al mismo tiempo como reconocer el significado de las diferentes operaciones en dicho contexto y esto no implique necesariamente que sepa utilizar la misma “herramienta” en contextos diferentes, aunque comprendan implícitamente la idea de fracción.

Metodología de la investigación

Tipo de investigación:

Se optó por el enfoque cualitativo. El tipo de investigación a realizar es descriptiva y exploratoria. Es descriptiva, por cuanto pretende describir una situación, ilustrar lo que es un fenómeno en cuanto a tal, en este caso, los modelos, representaciones y recursos utilizados por profesor en ejercicio, en la enseñanza de las fracciones en el aula primaria.

Es exploratoria, por cuanto no hay estudios realizados anteriormente en la educación chilena, que se focalicen en el tema de esta investigación (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

Población y Muestra

Los sujetos con los que se llevo a cabo esta investigación son los profesores que participaron en el proceso de evaluación docente a nivel nacional. La decisión de tomar esta muestra se debió a que son clases que han sido evaluadas en el programa *Docente mas*, cuya característica es que han sido preparadas en forma previa por los profesores y han elegido el contenido a presentar.

La población son los maestros de primaria sometidos a la evaluación del programa *Docente mas* del año 2009, donde fueron evaluados un total de 4.421 docentes en segundo ciclo básico a nivel de todo Chile.

La muestra es intencional y por conveniencia, es intencional porque se eligieron los docentes que trabajaron el concepto de fracción, contenido de estudio de esta investigación y está constituida por un total de 17 docentes de 5º año de Educación General Básica pertenecientes a diversas regiones a lo largo de todo Chile.

En el estudio se describirán los profesores participantes señalando los años de servicio, dependencia del establecimiento donde que trabaja, título profesional, lugar geográfico donde trabaja y la región de Chile donde está ubicado.

Pautas de observación de videos: Para analizar los videos se elaboró un registro de observaciones mediante la asignación de etiquetas descriptivas, de este modo se podía organizar la información, las cuales se explican y definen en qué consiste cada una de ellas y que se observara en los videos. Estas etiquetas se presentan en una tabla en la que se registraran las observaciones y luego se pasarán a una base de datos. Cada video será sometido a la tabla. Una vez elaborada la base de datos se procederá a realizar los análisis.

Criterios para análisis de los videos

Como el objetivo de la investigación consiste en determinar cuál o cuáles son los significados que están presentes en los profesores de 5º año básico, en la enseñanza de las fracciones en la clase de matemática. Se han desglosado en los objetivos específicos y a partir de ellos hemos definido los términos que estarán presentes en registro de observaciones. Cada uno de los términos será codificado para efectuar posteriormente el análisis.

A continuación se establecen y definen en qué consisten las etiquetas que estarán en el registro de observaciones de los videos.

Estrategia que utiliza el profesor en la clase

1.- Estrategias (E): Se considerará estrategias a la forma como organiza la clase, esta puede ser de diversas formas, y puede buscar diversos componentes en este caso definiremos los componentes que serán observados los que se definen a continuación.

1.-Repaso de contenidos previos (ER): Se tomará en cuenta si el profesor señala en forma explícita, ya sea verbal o en forma escrita, un repaso de contenidos. Entendiéndose que este contenido ya ha sido estudiado o visto por los estudiantes en clases anteriores en el mismo año o años anteriores.

1.2- objetivo de la clase (EO): Uno de los criterios de evaluación del Sistema de evaluación docente (Docentemas) obliga a indicar el objetivo de la clase, por esta razón se pretende identificar el objetivo de la clase que el profesor entrega a sus estudiantes en forma explícita, ya sea en forma verbal o escrita. Utilizaremos este ítem como una forma de control del contenido.

1.3- Síntesis de lo aprendido (ES): Se indicará si el profesor hace mención en forma oral o escrita del contenido que se paso en la clase, se describirá la forma como lo realiza.

2.- Recursos utilizados (RU): Se señalará si el profesor utiliza o no utiliza materiales o recursos en la clase. Además se describirá como utiliza los recursos y, si los estudiantes tienen participación con éstos, o son pasivos, como también, tanto profesores como estudiantes en forma conjunta utilizan los recursos; indicando la acción realizada en cada uno de los casos. Esta diferencia se hace debido a que los materiales el profesor los puede utilizar como ayuda para la enseñanza, o bien como recurso para el aprendizaje.

3.- Lenguaje utilizado por el profesor y relacionado con las fracciones (L): Se registraran todas aquellas palabras que utiliza el profesor en forma verbal, aunque puede estar apoyado de material manipulable o visual. El lenguaje utilizado tiene importancia para relacionarlo con la representación de fracción que lleva a la clase el profesor al enseñar el concepto de fracción. Se entiende por acción a los movimientos que acompañan a la expresión verbal, sólo en los casos que se considere que la acción es relevante con el lenguaje utilizado se registraran las acciones, en caso contrario solo se considerará el lenguaje.

Resultados parciales: Como la investigación aún esta en curso, se presenta algunos avances de resultados

PROFESORA 1: En uno de los videos, podemos observar en el dialogo de la profesora con los estudiantes, en el repaso de clases pasadas cuando les pide ejemplos de fracciones:

P: ¿Cuándo utilizamos las fracciones?

A: cuando uno va a una fiesta de cumpleaños y tienen que cortar la torta.

P: ya ¿qué pasa con la torta?

A: hay que pesarla en partes iguales para repartirla.

P: la K (alumna A) dice cuando uno está en un cumpleaños pero para que sea exacta, exacta la torta, habría que pesarla, porque siempre hay pedacitos más o pedacitos menos habría que pesarse, pero en la práctica deberían ser trozos más o menos parecidos”.

Se observa en el dialogo que está presente la interpretación de medida de parte de la estudiante, la profesora, si bien es cierto reconoce que para obtener pedazos exactamente iguales se debe recurrir a la medida de magnitudes, sin embargo, no enfatiza, tampoco hace referencia a esta interpretación, sino que más bien recalca en el *todo dividido en partes más o menos iguales*, es decir, la interpretación que predomina en la docente es el de parte-todo. Es más, para acentuar esta interpretación dibuja en el pizarrón un circulo y lo divide en un numero de terminado de partes, ocupa un modelo continuo.

PROFESORA 2:En el video de la clase de otra profesora se observa el siguiente dialogo, la profesora señala:

P: “hemos visto también los términos de las fracciones ¿no es cierto? ¿Cómo se llama el número que está arriba?, el numerador; el numerador (Solo responde la profesora) y el?”

A (S): denominador

P: el denominador nos va a decir en cuantas partes está dividido el entero.

Profesora escribe en el pizarrón DENOMINADOR.

¿Cierto? Nos va a decir en cuantas partes hemos dividido el entero.

Es claro que el vocabulario utilizado está relacionado con el parte-todo, haciendo alusión al todo como unidad el que se divide en mitades, tercios, cuartos, etc. Señalando las partes de las fracciones como *denominador* como el número total de partes en que se dividió el entero y el *numerador* como las partes destacables del total o unidad.

Esta docente se limita sólo a la lectura de las fracciones, no hace ninguna relación del concepto de los términos de la fracción, además no utiliza el vocabulario adecuado, cuando menciona “*como se llama el número que esta arriba*”. Con esto los estudiantes sólo

perciben visualmente el símbolo y lo traducen, pero no implica que entiendan lo que significa un número racional.

PROFESORA 3: En este caso la docente pide representar fracciones, por ejemplo dice:

P: ¿Quién me puede dar un ejemplo de una fracción para que la representemos aquí en la pizarra? A ver M.

A: dos tercios

P: dos tercios y escribe en el pizarrón 2/3. ¿Cómo la represento? A ver, ¿I puede venir a representarla esa fracción

A: pasa un estudiante al pizarrón, dibuja un rectángulo lo divide en tres partes y destaca dos de ellas.

P: muy bien ¿cómo está esta niños?

A: (todos) Bien

P: qué hizo I, vamos a analizar lo que él hizo. El entero está dividida en? (muestra el 3 con un plumón a los estudiantes del símbolo 2/3)

A: (en coro) tres

P: y de los tres tomamos ¿Cuántos niños?

A: dos (en coro)

Como se puede observar, se utilizan figuras geométricas para las explicaciones, predominando el constructo parte-todo, caso muy similar al anterior donde los estudiantes solo deben traducir un símbolo a una expresión gráfica o viceversa.

Profesor 4: Observando una clase donde el profesor enseña las fracciones bajo la interpretación de razón, que puede ser como probabilidad o porcentaje. Sin embargo, en ningún instante menciona a los estudiantes dicha interpretación, por el contrario señala:

“para calcular el 50 y el 25 por ciento como la mitad y un cuarto de una cantidad, la expresión del 50 % corresponde a la mitad de una cantidad y el 25% corresponde a un cuarto como fracción”

En esta primera instancia no hace alusión a la relación que se establece entre un número y 100 que recibe el nombre particular de porcentaje (Llinares y Sánchez, 2000). El docente luego señala:

“El porcentaje es la proporción de una cantidad respecto la otra y representa el número de partes que le interesa en un total de 100. Eso significa que si es el 50%, es el 50% de cien de esa cantidad”.

Pero no menciona que los porcentajes tienen asignado un aspecto de “operador”, es decir, interpretar el 60% de 35 se concibe “actuando la fracción 60/100 sobre 35. El docente indica en una actividad a realizar los estudiantes lo siguiente:

“Tenemos que el 25% de 80 es, tomen encuentra que la va hacer un cuarto, es decir lo dividen en 4”

A: 20; P: \$20”

No se observa un vocabulario donde el profesor señale que los porcentajes tienen asignado un aspecto de “operador”, sino más bien lo relaciona con el entero dividido en cuartos, mitades. El docente no les indica a sus estudiantes que la interpretación bajo esta concepción las fracciones son vistas en el papel de transformaciones, si no, más bien habla del total de partes que está representado por el 100 por ciento, es decir, lo enseña bajo la interpretación de la existencia de un total, pero no especifica precisamente que es la “comparación” todo-todo, queda más bien la idea que el todo se divide en partes iguales, cuando señala “lo dividen en 4”

La dificultad que los estudiantes van a tener al aprender de esta forma. Se presenta en el estudio de las probabilidades en los niveles superiores, la que aparece desconectada de cualquier otro tipo de temática de la enseñanza básica. Bajo esta interpretación el porcentaje es una razón en la que el denominador es 100, es decir, el porcentaje indica la cantidad de la magnitud del numerador que corresponde a 100 unidades del denominador.

La utilización de las fracciones en este contexto se le da un carácter de cálculo (aritmético) sin pensar que la estructura cognitiva subyacente a las relaciones implícitas en contextos de probabilidad está ligada a la red de relaciones establecida para los números racionales (Llinares y Sánchez, 2000; Gairín y Sancho, 2002).

Profesor 6: en esta clase el profesor introduce la interpretación de razón, por ejemplo:

P: Hablamos de las razones. ¿Qué lo que era una razón?

A: Una comparación entre dos cantidades.

P: A ver nómbrame un ejemplo de razón.

A: Cuatro dividido en cinco.

P: A ver ¿Cómo lo escribo?

A: Cuatro dividido en cinco.

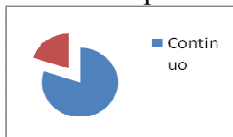
P: Ahí tenemos una razón ¿Qué lo que era una razón?

A: Una comparación entre dos cantidades

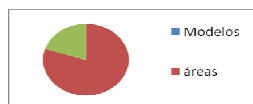
En este caso el profesor enseña las fracciones como un “índice comparativo”, pero luego las enseña como parte-todo utilizando figuras geométricas.

Conclusiones

Gráficos representativos de los hallazgos encontrados

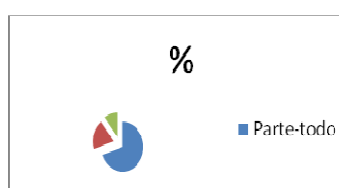


Continuo	80%
continuo y discreto	20%



Modelos	
áreas	80%
áreas y conjuntos	20%

Interpretación	%
Parte-todo	70%
Parte-todo y medida	20%
Razón y Parte-todo	10%



En consecuencia observando los gráficos podemos señalar que en la enseñanza de las fracciones predomina la interpretación de parte-todo, con modelos de áreas, por lo general figuras geométricas como el rectángulo, el círculo y el cuadrado, donde la actividad del estudiante es solo dividir en un determinado número de partes, destacando algunas de ellas, en ninguno de los casos se observó que al estudiante se le mostrara la existencia de un proceso de medida en el concepto de fracción, es decir, no se les muestra la superficie para dividirla con una unidad de medida, que puede ser arbitraria. Por otra parte, cuando el concepto de fracción el profesor lo enseña con la medida de magnitudes, sólo muestra ejemplos de la vida cotidiana como pesar el pan, etc, pero utilizando las cantidades de un entero, medio, un cuarto con una unidad de magnitud.

Este estudio está revelando aspectos del proceso de enseñanza de las matemáticas en Chile que se sospechaban en relación con deficiencias en la enseñanza de las fracciones, pero no se tenían evidencias empíricas. La fase siguiente será realizar una categorización más precisa del tipo de los modelos y representaciones puestas de manifiesto.

Referencias bibliográficas

- Behr, M. J.; Harel, G.; Post, T. y Lesh, R. (1993): Rational Numbers: toward a Semantic Analysis. Emphasis on the Operator Construct. En T. P. Carpenter, E. Fennema y T. A. Romberg: *Rational Numbers. An integration of Research*. Hillsdale New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Castro, E. y Torralbo, M. (2001). Fracciones en el currículo de la Educación Primaria. En *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria*, (285-314). Madrid: Síntesis.

- Escolano, R. y Gairín, J.M. (2005) Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 1, 17-35.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Gairín, J.M. y Sancho J. (2002) *Números y Algoritmos*. Madrid: Síntesis.
- Gallardo, J; González, J. L. y Quispe, W. (2008). Interpreting mathematical understanding in basic contexts of assessment: A study on the interferences in the use of the meanings of the fraction. *Relime*, 11(3), 355-382.
- Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. Buenos Aires: Mc Graw Hill.
- Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101–144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC
- Kieren, T. (1988). Personal Knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. En J. Hiebert & M. J. Behr (Eds.) *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 162–181). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kieren, T. (1993): Rational and Fractional Numbers: From Quotient Fields to Recursive Understanding. En T. P Carpenter, E. Fennema y T. P. Romberg. *Rational Numbers. An Integration of Research*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Llinares, S. y Sánchez, M. V. (2000). *Fracciones*. Madrid: Síntesis.
- Streefland, L. (1991): *Fractions in realist mathematics education. A paradigm of developmental research*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.