**PRÁCTICA 4**

**1º.-** Se considera la función $f(x)=e^{x/2}$. Averiguar la estimación que se obtiene de $f(1)$ usando el polinomio interpolador de Mac-Laurin de grado 10 y calcular el error cometido por la estimación.

Solución: $\hat{f}(1)=1.64872...$ $\quad |error|=1.276\times 10^{-11}$

**2.-** Se desea implementar el método de Lagrange para interpolar un conjunto de puntos, usando la fórmula:

$$P_n(x)=f(x_0)\,l_0(x)+f(x_1)\,l_1(x)+\cdots+f(x_n)\,l_n(x)$$

$$l_i(x)=\frac{(x-x_0)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)} \qquad \text{con } i=0,1,\cdots,n.$$

El programa debe preguntarnos cuántos puntos vamos a utilizar, a continuación nos debe ir solicitando las coordenadas de los puntos, y, por último, debe preguntarnos el punto donde queremos estimar la solución. El programa debe sacar en pantalla el valor de dicha estimación.
Comprueba el correcto funcionamiento del programa viendo que si le damos los 4 puntos de la tabla:

| $x_i$ | -1 | 0 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | -5 | 1 | 7 | 19 |

y pedimos la estimación en $x=0.5$ el programa debe obtener 2.125

**3.-** Hay que hacer un programa que nos permita averiguar el polinomio interpolador de Lagrange usando el método de las diferencias divididas de Newton. Dada la función $f(x)=x+\ln(x)$ y los nodos: 1, 3, 5, 10, averiguar la tabla de las diferencias divididas. Averiguar el valor del polinomio interpolador en 5.3.

*Solución*:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1.54931 & -0.0734733 & 0.00631 \\ 4.09861 & 1.25541 & -0.0166833 & - \\ 6.60944 & 1.13863 & - & - \\ 12.3026 & - & - & - \end{pmatrix}$$

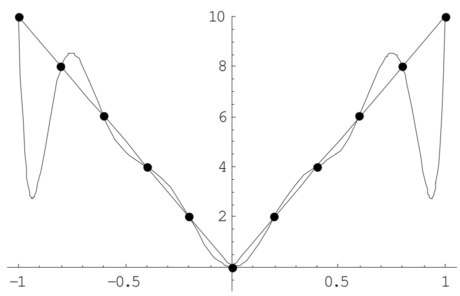
P(5.3)=6.954087

**4.-** Modificar el programa anterior, para poder ahora averiguar el polinomio interpolador que pasa por los siguientes nodos:

(0, 4), (-1, 5), (2, 9), (-3, -8), (5, 17). Hallar el valor de polinomio interpolador en: 1.15

*Solución*: $P(1.15) = 5.19881$

**5.-** En la gráfica siguiente se representan la función $f(x) = 10\,|x|$ y el polinomio interpolador correspondiente después de dividir el intervalo [-1,1] en 10 partes iguales. Puedes observar como cerca de los bordes del intervalo se producen grandes oscilaciones.




Estas oscilaciones se acentúan a medida que aumenta el orden del polinomio, es decir, a medida que aumenta el número de nodos de interpolación. Este fenómeno se conoce con el nombre de *efectos de borde*. Para cuantificar este hecho comprueba, con un programa en C, que $f(0.91) = 9.1$ mientras que:

a) Si dividimos el intervalo [-1, 1] en 10 partes iguales y hallamos el polinomio interpolador $P_{10}(x)$ resulta que la estimación proporcionada por el polinomio interpolador es $P_{10}(0.91) = 3.27522$.

b) Si dividimos el intervalo [-1, 1] en 20 partes iguales y hallamos el polinomio interpolador $P_{20}(x)$ resulta que la estimación proporcionada por el polinomio interpolador es $P_{20}(0.91) = 76.6756$.