Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas
Segundo curso, segundo cuatrimestre
Curso académico: 2010 – 2011
Departamento de Informática y Análisis Numérico
Escuela Politécnica Superior
Universidad de Córdoba

Hoja de ejercicios número 1: Lenguajes formales

1. Obtén las palabras de longitudes 1, 2 y 3 de los siguientes alfabetos:
   - $\Sigma_1 = \{1\}$
   - $\Sigma_2 = \{a, b, c\}$
   - $\Sigma_3 = \{abc\}$
   - $\Sigma_4 = \{if, then, else\}$

2. Indica cuál es el contenido de Σ^* definido sobre los siguientes alfabetos
   - $\Sigma_1 = \{0,1\}$.
   - $\Sigma_2 = \{10,01\}$.

3. Dadas las siguientes palabras sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$, $x = ba$, $y = aab$, $z = ab$, calcula:
   - yx
   - xz
   - $x(yz)$
   - $z(xy)$
   - $x\varepsilon y$
   - zz
   - $x^0 y\ (xy)^2$

4. Sea $\Sigma = \{a\}$
   - ¿Se puede decir que, para todo número natural n, hay alguna cadena o palabra $w \in \Sigma^*$ que verifica que $|w| = n$?
   - Si w es una cadena de Σ^* para la cual $|w| = n$, ¿es única?
   - ¿Qué ocurriría si $\Sigma = \{a,b\}$?

5. Dada las palabras $x = ba$, $y = aab$, $z = ab$, obtén la palabras inversas de
   - y
   - xz
   - $x(yz)$
   - $x\varepsilon$
   - zz
   - $x^0 y\ (xy)^2$

6. Dado el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ y los siguientes lenguajes definidos sobre Σ: $L_1 = \{a, aa, aaa\}$, $L_2 = \{ab, aa, ba, bb, bcc\}$ y $L_3 = \{\varepsilon, ac, cc, ccc\}$, realiza las siguientes operaciones:
   - $L_1 \cup L_2$
   - $L_1 \cap L_2$
   - $L_1 L_2$
   - $L_1 (L_2 \cup L_3)$
   - $L_3\, L_2\, L_1$
   - ϕL_2

- $\{\varepsilon\} L_3$
- $(L_2)^0$
- $(L_3)^2$
- L_1^*
- L_3^+
- $L_2 - L_1$
- $L_1 - L_2$
- $(L_3 - L_1) \cup (L_1 L_3)$
- L_2^R
- $(L_1 L_3)^R$

7. Sea $L = \{\varepsilon, 1\}$.
   - Obtén L^n para $n = 0, 1, 2, 3$.
   - ¿Cuántos elementos tiene L^n para un n arbitrario?

8. Sea L un lenguaje formal. ¿Cuándo se puede verificar que $L^* = L^+$?

9. Obtén tres lenguajes L_1, L_2 y L_3 de forma que $L_3 (L_2 - L_1) \neq L_3 L_2 - L_3 L_1$

10. Demuestra que se cumplen las siguientes igualdades para dos lenguajes L_1 y L_2 sobre un alfabeto Σ cualquiera:
    - $(L_1 \cup L_2)^R = L_1^R \cup L_2^R$
    - $(L_1 \cap L_2)^R = L_1^R \cap L_2^R$
    - $(L^*)^R = (L^R)^*$

11. Sea $\Sigma = \{a, b\}$ y $L \subseteq \Sigma^*$ es un lenguaje definido recursivamente mediante la aplicación de las siguientes reglas:
    1. $\varepsilon \in L$
    2. Si $x \in L$, entonces $axb, bxa \in L$
    3. Si $x, y \in L$, entonces $xy \in L$
    4. Sólo son palabras de L las que se pueden generar mediante la aplicación de las reglas anteriores

    Demuestra:
    - $L = \{ w \mid w \in \Sigma^* \wedge$ *w contiene el mismo número de aes que de bes*$\}$
    - Si $b, \varepsilon \in L$ ¿Qué más palabras hay en L?
    - Da una definición recursiva para que $L' \subseteq \Sigma^*$ contenga todas las palabras que posean doble número de *aes* que de *bes*.

12. Un palíndromo es una cadena de símbolos que se lee igual hacia delante que hacia atrás. Por ejemplo, la palabra "ε" es un palíndromo, al igual que "solos". Da una definición recursiva de un lenguaje que esté compuesto por los palíndromos.

13. Indica dos lenguajes L_1, L_2 definidos sobre Σ para los cuales se verifique que
    $$(L_1 \cup L_2)^* \neq L_1^* \cup L_2^*$$

14. Indica dos lenguajes L_1, L_2 definidos sobre Σ para los cuales se verifique que
    $L_1 \not\subset L_2$, $L_2 \not\subset L_1$ y $(L_1 \cup L_2)^* = L_1^* \cup L_2^*$

15. Si ***cardinal(L)*** nos indica cuantas palabras posee un lenguaje, c*omprueba* si es cierta o falsa la siguiente afirmación:
    $$\boldsymbol{cardinal(L_1 L_2) = cardinal(L_1)\ cardinal(L_2)}$$
    - Si se cree que es falsa, póngase un contraejemplo; si se cree que es verdadera, demuéstrese.