



Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas

Segundo curso, segundo cuatrimestre

Curso académico: 2010 – 2011

Departamento de Informática y Análisis Numérico

Escuela Politécnica Superior

Universidad de Córdoba



Hoja de ejercicios número 4: Autómatas finitos y máquinas secuenciales

1. Pon un ejemplo de cada uno los siguientes tipos de autómatas, indicando su función de transición y su representación gráfica.

- Autómata finito determinista
- Autómata finito no determinista **sin** ϵ -producciones no triviales.
- Autómata finito no determinista **con** ϵ -producciones no triviales.

2. Dados los siguientes autómatas finitos deterministas:

- Dibuja la representación gráfica de cada uno.
- Comprueba si reconocen o no las cadenas que se indican en cada caso, mostrando las transiciones que se vayan produciendo “paso a paso”.

a)

δ	a	b	c
$\rightarrow q_0$	q_1	q_1	q_3
q_1	q_1	q_2	q_4
$\leftarrow q_2$		q_4	q_3
q_3	q_2		q_4
$\leftarrow q_4$	q_0		q_3

$x = aabcaca$, $y = acababa$, $z = baaabbacccc$

b)

δ	d	0	p
$\rightarrow q_0$	q_1	q_2	
$\leftarrow q_1$	q_1	q_1	q_3
$\leftarrow q_2$			q_3
q_3	q_4	q_5	
$\leftarrow q_4$	q_4	q_6	
$\leftarrow q_5$	q_4	q_6	
q_6	q_4	q_6	

donde $d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, p es el punto decimal "."

$u = 0.70089$, $v = 012.0$, $w = 12.0$, $x = 10203$, $y = 45.060900$, $z = 0.0$

3. Sea δ la función de transición de un autómata finito determinista, demuestra que:

a) Si $\exists q \in Q, \delta(q,a) = q \ \forall a \in \Sigma$, entonces $\widehat{\delta}(q,x) = q \ \forall x \in \Sigma^*$

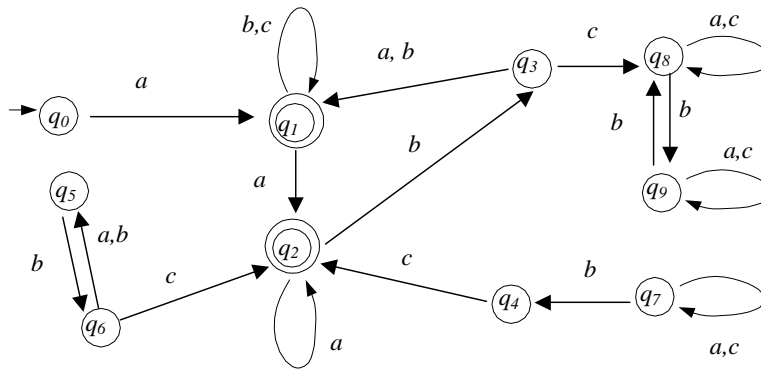
b) Si $\exists q \in Q \wedge \exists x \in \Sigma^*, \delta(q,x) = q$, entonces $\forall n \geq 0, \delta(q,x^n) = q$

c) $\forall x, y \in \Sigma^* \wedge \forall q \in Q$ se verifica que $\widehat{\delta}(q,xy) = \widehat{\delta}(\widehat{\delta}(q,x)y)$

- Nota: la demostración se puede hacer por inducción matemática sobre la longitud de y .

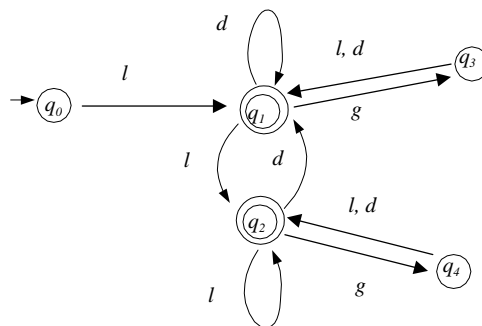
4. Si un autómata finito posee n estados y acepta una cadena de longitud $2n$ entonces ¿ha de aceptar necesariamente alguna cadena de longitud mayor que $3n$?

5. Elimina los estados inútiles del siguiente autómata finito determinista:



- Aplica el algoritmo para obtener los estados accesibles.
- Aplica el algoritmo para obtener los estados terminables.

6. Minimiza el siguiente autómata finito determinista:



donde el significado de **l**, **d** y **g** es el siguiente: **l**: letra, **d**: dígito, **g**: guión

7. Dados los siguientes autómatas finitos no deterministas:

- Dibuja la representación gráfica de cada uno.
- Comprueba si reconocen o no las cadenas que se indican en cada caso, mostrando las transiciones que se vayan produciendo “paso a paso”.

a) AFN

δ	a	b	c
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_4\}$	\emptyset
$\leftarrow q_1$	$\{q_1\}$	$\{q_2, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_3\}$
q_2	$\{q_1, q_3\}$	\emptyset	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_2\}$	$\{q_4\}$	$\{q_0\}$
$\leftarrow q_4$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_2, q_3\}$

$x = acabbcc, y = bbcac$

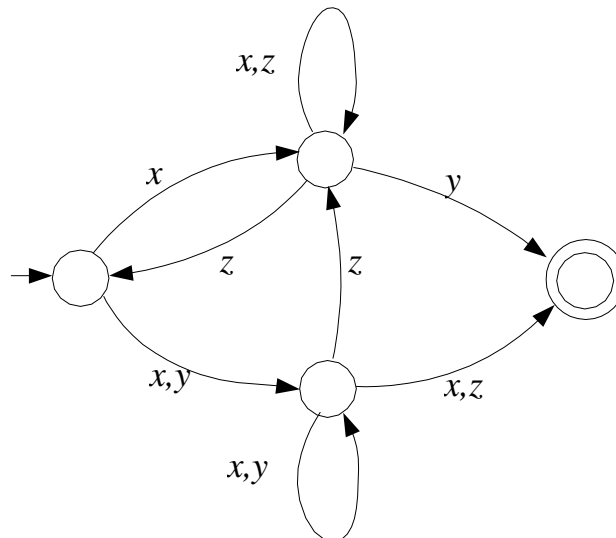
b) AFN

δ	a	b	c	ϵ
$\rightarrow q_0$	$\{q_1\}$	$\{q_2, q_3\}$	\emptyset	$\{q_2\}$
q_1	\emptyset	$\{q_3, q_4\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	\emptyset
$\leftarrow q_2$	$\{q_3\}$	$\{q_1, q_2\}$	\emptyset	\emptyset
q_3	$\{q_0\}$	$\{q_2\}$	$\{q_4\}$	\emptyset
$\leftarrow q_4$	\emptyset	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_1, q_2\}$

$x = aabc, y = bbacab$

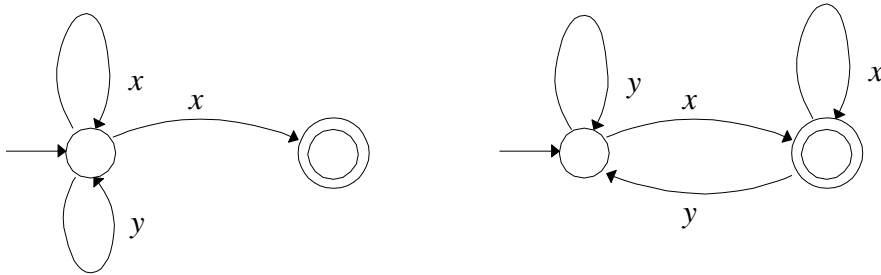
8. Aplica el algoritmo de “**construcción de subconjuntos**” a los autómatas finitos no deterministas del ejercicio anterior. Comprueba si los autómatas finitos deterministas construidos reconocen las cadenas propuestas en dicho ejercicio.

9. Dado el siguiente autómata finito no determinista



- Obtén una gramática regular equivalente
- Aplica el algoritmo de “**construcción de subconjuntos**” para obtener el autómata finito determinista equivalente.

10. ¿Son equivalentes estos dos autómatas?



11. Dadas las siguientes gramáticas regulares, construye los autómatas finitos no deterministas equivalentes a ellas y comprueba si reconocen o no las cadenas que se indican en cada apartado:

- $P_1 = \{S \rightarrow a \mid aB \mid bA \mid cB, A \rightarrow aA \mid bB \mid c, B \rightarrow b \mid aS\}$
 $x = aabbacb, y = bbccba$
- $P_2 = \{S \rightarrow cB \mid aA \mid b, A \rightarrow c \mid aS \mid cS, B \rightarrow c \mid b \mid cB\}$
 $x = ccbcc, y = acaacb$
- $P_3 = \{ \langle \text{número} \rangle \rightarrow \text{dígito} \mid \text{dígito} \langle \text{número} \rangle \mid \text{dígito} \langle \text{decimal} \rangle \langle \text{decimal} \rangle \rightarrow . \langle \text{cifras} \rangle \langle \text{cifras} \rangle \rightarrow \text{dígito} \mid \text{dígito} \langle \text{cifras} \rangle \}$

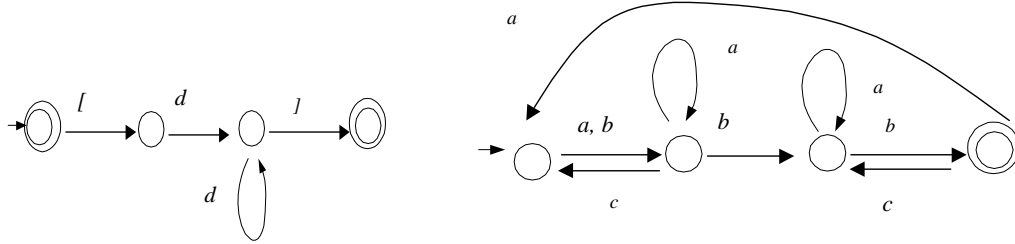
$x = 17.120, y = 10.00.12$

12. Dadas las siguientes expresiones regulares:

- $\text{letra} (\text{letra} + \text{dígito})^*$
- $(\text{letra} + \text{subrayado}) (\text{letra} + \text{subrayado} + \text{dígito})^*$
- $\text{letra} (\text{letra} + \text{dígito} + \text{guion} (\text{letra} + \text{dígito}))^*$
- $\text{comillas} (\text{letra} + \text{dígito} + \text{barra comillas})^* \text{comillas}$
 donde letra $\in \{a, \dots, z, A, \dots, Z\}$, dígito $\in \{0, 1, \dots, 9\}$, *subrayado* es el símbolo '_', *guion* es el símbolo '-', *comillas* es el símbolo '"' y *barra* es el símbolo '\'.

- a) Obtén los autómatas finitos no deterministas equivalentes, haciendo uso del algoritmo de “**construcción de Thompson**”.
- b) Obtén los autómatas finitos deterministas equivalentes a los calculados en el apartado anterior, utilizando el algoritmo de “**construcción de subconjuntos**”.
- c) Una vez realizado lo anterior, intenta construir directamente, razonando de manera intuitiva, los autómatas finitos deterministas a partir de las expresiones regulares.
- d) Comprueba si los autómatas finitos construidos en los apartados anteriores reconocen, respectivamente, las siguientes cadenas:
 - $x = \text{dato}, y = \text{dato1}, z = 1\text{dato}$
 - $x = \text{dato}, y = \text{dato_1}, z = _ \text{dato} _ _ 1$
 - $x = \text{dato-1}, y = \text{dato--1}, z = \text{dato1-1}$
 - $x = \text{“ejemplo de \”cadena\”}$

13. Obtén las expresiones regulares equivalentes a los siguientes autómatas finitos deterministas.



14. Dado el siguiente autómata finito determinista

δ	l	d	g
$\rightarrow q_0$	q_1		
$\leftarrow q_1$	q_2	q_3	q_4
$\leftarrow q_2$	q_2	q_3	q_4
$\leftarrow q_3$	q_2	q_3	q_4
$\leftarrow q_4$	q_2	q_3	

donde el significado de l , d y g es el siguiente: l = letra, d = dígito y g = guion

- Dibuja su representación gráfica.
- Minimiza el autómata mediante la obtención del autómata cociente.
- Aplica el algoritmo de análisis al autómata cociente para obtener la expresión regular equivalente.

15. Considera la siguiente máquina secuencial de Mealy:

δ	a	b	c
$\rightarrow q_0$	q_1	q_2	q_3
q_1	q_1	q_2	q_3
q_2	q_1	q_2	q_3
q_3	q_1	q_2	q_3

τ	a	b	c
$\rightarrow q_0$	1	2	3
q_1	0	2	3
q_2	1	0	3
q_3	1	2	0

- Muestra su representación gráfica.
- Indica cuáles son las salidas generadas por la máquina secuencial si se reciben como entradas las cadenas: $x = aabbcc$, $y = abcabc$
- Construye la máquina de Moore equivalente.

16. Considera la siguiente máquina secuencial de Moore:

δ	a	b	c
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1	q_1
q_1	q_2	q_1	q_1
q_2	q_2	q_2	q_3
q_3	q_0	q_1	q_2

τ	
$\rightarrow q_0$	0
q_1	1
q_2	1
q_3	2

- Muestra su representación gráfica.
- Indica cuáles son las salidas generadas por la máquina secuencial si se reciben como entradas las cadenas: $x = aabbbccc$, $y = abcabc$
- Construye la máquina de Mealy equivalente.

17. Diseña máquinas secuenciales de Mealy y de Moore que permitan simular los siguientes procesos:

- Sea $x \in \Sigma^*$, una cadena de entrada, donde $\Sigma = \{0,1\}$. Si x finaliza en 101 entonces la salida debe ser A ; si x finaliza en 110 , la salida debe ser B ; en cualquier otro caso, la salida debe ser C .
- Sea $x \in \Sigma^*$, una cadena de entrada, donde $\Sigma = \{0,1,2\}$. La cadena x representa un número escrito en base 3. La salida generada por la máquina secuencial debe ser el resto de la división entera de x entre 5.

18. Considera la siguiente máquina secuencial generalizada:

δ	a	b	c
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1	q_2
q_1	q_1	q_2	q_3
q_2	q_2	q_3	q_0
q_3	q_3	q_1	q_2

τ	a	b	c
$\rightarrow q_0$	10	1	00
q_1	00	ε	01
q_2	111	011	20
q_3	11	ε	0

- ¿Cuál es su representación gráfica?
- Muestra las salidas generadas por la máquina secuencial generalizada si se reciben como entradas las cadenas: $x = aabbbccc$, $y = abcabc$