Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas
Segundo curso, segundo cuatrimestre
Curso académico: 2010 – 2011
Departamento de Informática y Análisis Numérico
Escuela Politécnica Superior
Universidad de Córdoba

Hoja de ejercicios número 7: Autómatas con pila

1. Dados los siguientes autómata con pila que se indican:
   a) Dibuja la representación gráfica de cada uno.
   b) Comprueba si reconocen o no las cadenas que se indican en cada caso, mostrando las transiciones que se vayan produciendo "paso a paso".
   - **P_1= ($Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F$)**
     donde $Q = \{q_0,q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a,b,Z_0\}$, $F = \{q_1\}$ y δ se define como
     1.- $\delta(q_0,\varepsilon,Z_0) = \{(q_1, Z_0)\}$ 2.- $\delta(q_0,a,Z_0) = \{(q_0,aZ_0)\}$
     3.- $\delta(q_0,b,Z_0) = \{(q_0, bZ_0)\}$ 4.- $\delta(q_0,a,a) = \{(q_0, aa)\}$
     5.- $\delta(q_0,b,a) = \{(q_0, \varepsilon)\}$ 6.– $\delta(q_0,a,b) = \{(q_0, \varepsilon)\}$
     7.- $\delta(q_0,b,b) = \{(q_0, bb)\}$
     $F(P_1) = L = \{$ w | w contiene la misma cantidad de **aes** que de **bes**$\}$
     - Analiza: x = aabbab, y = abbbaa, z= babaa
   - **P_2 = ($Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F$)**
     donde $Q = \{q_0,q_1\}$, $\Sigma = \{a, b, \$\}$, $\Gamma = \{a,b,Z_0\}$, $F = \{q_4\}$ y δ se define como
     1.- $\delta(q_0,a,Z_0) = (q_1,aZ_0)$ 2.- $\delta(q_1,a,a) = (q_1,aa)$
     3.- $\delta(q_1,b,a) = (q_2,\varepsilon)$ 4.- $\delta(q_2,b,a) = (q_2,\varepsilon)$
     5.- $\delta(q_2,c,a) = (q_3,\varepsilon)$ 6.- $\delta(q_3,c,a) = (q_3,\varepsilon)$
     7.- $\delta(q_3,\$,Z_0) = (q_4,\varepsilon)$
     - Analiza: x = aabc\$, y = aaaaaabbcccc\$, z = aaaaabbbcc\$
     - ¿Qué lenguaje reconoce P_2 según el criterio de estado final?
   - **P_3 = ($Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,Z_0,F$)**
     donde $Q = \{q_0,q_1,q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a,b,Z_0\}$, $F = \{q_2\}$ y δ se define como
     1.–$\delta(q_0,a,Z_0) = \{(q_1,a), (q_2,\varepsilon)\}$ 2.- $\delta(q_1,a,b) = \{(q_2, \varepsilon)\}$
     3.- $\delta(q_1,b,a) = \{(q_1,b)\}$ 4.- $\delta(q_1,b,b) = \{(q_1,b)\}$
     - Analiza x = aba, y = abbbba, z = abbabba
     - ¿Cuál es el lenguaje aceptado por este autómata con pila?

2. Construye autómatas con pila que reconozcan por el criterio de **vaciado** de pila y que sean equivalentes a los autómatas con pila, que reconocen por el criterio de estado final, del ejercicio anterior.

3. Considera las gramáticas de contexto libre que se indican:
   a) Construye un autómata con pila equivalente a cada una de las gramáticas.
   b) Utiliza los autómatas construidos en el apartado anterior para comprobar que las cadenas que se indican en cada caso son aceptadas por cada uno de los autómatas, mostrando al mismo tiempo las derivaciones por la izquierda y los árboles sintácticos correspondientes.
   - **G_1 = (V_N,V_T,P_1, E)**
     donde P_1 = { E $\longrightarrow$ E + T | T
     T $\longrightarrow$ T * F | F
     F $\longrightarrow$ (E) | **identificador** | **número**
     }
     - x = a * (b + 3 * c)
   - G_2 = (V_N,V_T,P_2,S) donde P_2 = { S $\longrightarrow$ S + S | S * S | (S) | **identificador** }
     - x = a * (b + c)

- **$G_3 = (V_N,V_T,P_3,S)$**
  Donde P_3 = {S → <tipo> <lista> **;** S | <tipo> <lista> **;**
  <tipo> → **char** | **int** | **long** | **float** | **double** | **short**
  <lista> → **identificador** | <lista>**, identificador**}
  - x = char letra, tecla; int edad, sueldo ;
  - y = float error; long distancia, longitud ;
- **$G_4 = (V_N,V_T,P_4,S)$**
  donde P_4 = { <tipo> → **integer** | **char**
  <tipo> → **array [número .. número] of** <tipo> }
  - x = array [10 .. 20] of char
  - y = array [1 .. 12] of array[1 .. 4] of integer
- **$G_5 = (V_N,V_T,P_5,S)$**
  Donde P_5 = { <asignación_lógica> → <identificador> **:=** <predicado>
  <predicado> → <predicado> **or** <disyunción>
  <predicado> → <disyunción>
  <disyunción> → <disyunción> **and** <conjunción>
  <disyunción> → <conjunción>
  <conjunción> → <simple> | **not (** <predicado> **)**
  <simple> → <operando> <relación> <operando>
  <simple> → **true** | **false** | **(** <predicado> **)**
  <operando> → **identificador** | **número**
  <relación> → < | > | = }
  - mayor := (X > 18) or not (Z = Y)
  - capaz := (X > 19 and Z < Y) or Y > 17

4. Considera la gramática G = (V_N,V_T,P,S)
   donde P = {S → (S) S | ε }
   - Transforma dicha gramática para que esté en la forma normal de Greibach (F. N. G.).
   - Construye un autómata con pila equivalente a la gramática obtenida en el paso anterior pero teniendo en cuenta el algoritmo particular para las gramáticas que estén en la F.N.G.

5. Dados los siguientes lenguajes, diseña gramáticas de contexto libre que los generen y, a partir de cada una de ellas, obtén autómatas a pila que los reconozcan:
   $L_1 = \{ a^i b^j c^k \mid k = i + j \}$ $L_2 = \{ a^i b^j c^k \mid j = i+k \}$
   $L_3 = \{ a^h b^i c^j d^k \mid h = 2k , 2i = j\}$ $L_4 = \{ a^h b^i c^j d^k \mid h, i, j, k \geq 0\}$
   $L_5 = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$ L_6 = {w | w contiene una *a* más que el número de bes}
   $L_7 = \{a^n b^m \mid n \geq 0 \wedge n \neq m\}$

6. Intenta construir directamente, y de **<u>forma intuitiva</u>**, autómatas a pila **deterministas** que reconozcan los lenguajes del ejercicio anterior. Comprueba que cada uno de los autómatas con pila obtenidos reconoce una cadena del lenguaje correspondiente.

7. Construye una gramática de contexto libre equivalente al siguiente autómata con pila:
   $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$
   donde $Q = \{q_0,q_1,q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, Z_0\}$, $F = \{q_2\}$ y la función de transición δ se define como
   1.- $\delta(q_0,a,Z_0) = \{(q_0,aZ_0)\}$ 2.-$\delta(q_0,a,a) = \{(q_0,aa)\}$
   3.- $\delta(q_0,b,a) = \{(q_1,\varepsilon)\}$ 4.- $\delta(q_1,b,a) = \{(q_1, \varepsilon)\}$
   5.- $\delta(q_1, \varepsilon,a) = \{(q_1, \varepsilon)\}$ 6.- $\delta(q_1, \varepsilon,Z_0) = \{(q_2, \varepsilon)\}$
   Utiliza el autómata con pila y la gramática de contexto libre para comprobar si la cadena w = aabb es aceptada por el autómata y generada por la gramática.