



## Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas

Segundo curso, segundo cuatrimestre

Curso académico: 2010 – 2011

Departamento de Informática y Análisis Numérico

Escuela Politécnica Superior

Universidad de Córdoba

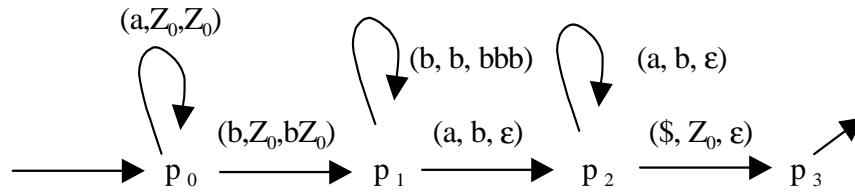


### Hoja de ejercicios número 8: Lenguajes de contexto libre

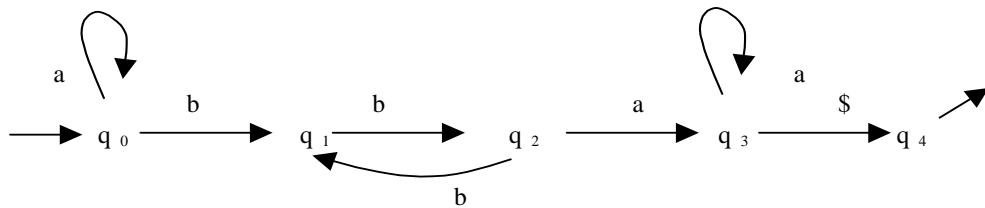
- Utiliza el lema de bombeo para comprobar que los siguientes lenguajes no son lenguajes de contexto libre.
  - $L = \{ a^i b^j c^k \mid i < j < k \}$
  - $L = \{ a^i b^{2i} a^i \mid i \geq 0 \}$
- Dados los siguientes lenguajes formales, decide si son o no lenguajes de contexto libre. Si se cree que un lenguaje es de contexto libre, entonces define una gramática de contexto libre que lo genere; si, por el contrario, se cree que no lo es, entonces utiliza el lema de bombeo para demostrarlo.
  - $L = \{ a^i b^k a^j \mid i, j, k \geq 0 \wedge k = i + j \}$
  - $L = \{ a^i b^j a^i b^j \mid i, j \geq 0 \}$
  - $L = \{ x a y b \mid x, y \in L((a + b)^*) \wedge |x| = |y| \}$
- Considera los siguientes lenguajes de contexto libre:
  - $L_1 = \{ a^i b^i c^j d^j \mid i, j \geq 0 \}$
  - $L_2 = \{ a^i b^j c^j d^i \mid i, j \geq 0 \}$
  - Diseña dos gramáticas de contexto libre  $G_1$  y  $G_2$  que generen, respectivamente, a  $L_1$  y  $L_2$ .
  - Obtén gramáticas que generen, respectivamente, los lenguajes:
    - $L_3 = L_1 \cup L_2$
    - $L_4 = L_1 L_2$
    - $L_5 = L_1^*$
    - $L_6 = L_1^R$
- Considera la siguiente sustitución:
  - $s: \Sigma \rightarrow P(\Gamma^*)$ , donde  $\Sigma = \{a, b\}$  y  $\Gamma = \{0, 1\}$
  - $s(a) = \{ 0^i 1^i 0^i \mid i \geq 0 \}$
  - $s(b) = \{ (00)^i 1^i \mid i \geq 0 \}$
  - Diseña dos gramáticas de contexto libre  $G_1$  y  $G_2$  que generen, respectivamente, a  $s(a)$  y  $s(b)$ .
  - Sea  $L = \{ a^i b^j a^{2i} \mid i, j \geq 0 \}$ . Diseña una gramática de contexto libre  $G$  que genere a  $L$ .
  - Utiliza a  $G$ ,  $G_1$  y  $G_2$  para obtener una gramática de contexto libre  $G'$  que genere a  $s(L)$ .
- Considera el siguiente homomorfismo
  - $h: \Sigma \rightarrow \Gamma^*$ , donde  $\Sigma = \{a, b\}$  y  $\Gamma = \{0, 1\}$
  - $h(a) = 011001$
  - $h(b) = 001$
  - Dado  $L = \{ a^i b^i a^{2i} \mid i \geq 0 \}$ , obtén  $h(L)$ .
- Sea  $L = \{ a^i b^j a^{2i} \$ \mid i, j \geq 0 \}$  y  $h$  un homomorfismo definido por
  - $h: \Theta \rightarrow \Sigma^*$ , donde  $\Theta = \{0, 1, \$\}$  y  $\Sigma = \{a, b, \$\}$
  - $h(0) = a$
  - $h(1) = baa$
  - $h(\$) = \$$
  - Construye un autómata con pila determinista  $P$  que acepte a  $L$  según el criterio de estado final.
  - Utiliza el autómata con pila  $P$  para construir otro autómata con pila  $P'$  que acepte el lenguaje  $h^{-1}(L)$ .

- Utiliza el autómata  $P'$  para comprobar si la cadena  $01\$$  pertenece o no a  $h^{-1}(L)$ .

7. Sea  $L$  el lenguaje de contexto libre reconocido por el siguiente autómata con pila  $P$



Sea  $R$  el lenguaje reconocido por el siguiente autómata finito determinista  $A$



- Autómata con pila  $P$ 
    - Comprueba si el autómata  $P$  acepta la cadena  $w = abbaaaa\$$
    - ¿Qué lenguaje reconoce el autómata con pila  $P$ ?
  - Autómata finito determinista  $A$ 
    - Comprueba si el autómata  $A$  acepta la cadena  $w = aabbbbbaa\$$
    - ¿Qué lenguaje acepta el autómata  $A$ ?
  - Utiliza los autómatas  $P$  y  $A$  para construir un autómata con pila  $P'$  que reconozca el lenguaje  $L \cap R$ .
  - Comprueba si  $P'$  acepta la cadena  $w = abbaaaa\$$
  - ¿Qué lenguaje reconoce  $P'$ ?
8. Demuestra las siguientes propiedades de los lenguajes de contexto libre:
- Si  $L$  es un lenguaje de contexto libre y  $R$  es un lenguaje regular, entonces  $L - R$  es un lenguaje de contexto libre.
  - Si  $L$  **no** es un lenguaje de contexto libre y  $R$  es un lenguaje regular, entonces  $L \cup R$  **no** es un lenguaje de contexto libre.
  - Si  $L$  **no** es un lenguaje de contexto libre y  $R$  es un lenguaje regular, entonces  $L - R$  **no** es un lenguaje de contexto libre.
9. Sea  $L$  un lenguaje definido sobre un alfabeto  $\Sigma = \{ \sigma \}$  que contiene un único símbolo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta? ¿Por qué?
- $L$  es necesariamente un lenguaje regular.
  - $L$  es necesariamente un lenguaje independiente de contexto.
  - Ninguna de las anteriores.
10. Dados los siguientes lenguajes de contexto libre, comprueba que **sus complementarios** no son lenguajes de contexto libre:
- $L = \{ a^i b^j c^k \mid i \geq j \vee i \geq k \}$
  - $L = \{ a^i b^j c^k \mid i \neq j \vee i \neq k \}$
11. Considera una gramática de contexto libre con las siguientes producciones:
- $$P = \{ S \rightarrow a A c, A \rightarrow a A c \mid b B c, B \rightarrow b B c \mid b c \}$$
- Transforma la gramática para obtener otra gramática  $G'$  que esté en la forma normal de Chomsky.
  - Comprueba si la gramática genera o no un lenguaje infinito.
  - Aplica el algoritmo de Cocke - Younger - Kasami (CYK) para comprobar si la cadena  $w = abbccc$  pertenece o no al lenguaje generado por la gramática  $G'$ .