

TEMA 3.- Sistemas trifásicos.

CONTENIDO:

- 3.1. *Introducción. Generación tensión trifásica.*
- 3.2. *Conexión en estrella.*
- 3.3. *Conexión en triángulo.*
- 3.4. *Normalización en el sistema trifásico.*
- 3.5. *Análisis de sistemas trifásicos simétricos.*
- 3.6. *Potencias en sistemas trifásicos equilibrados.*
- 3.7. *Potencia en sistemas trifásicos desequilibrados.*
- 3.8. *Medida de potencia en sistemas trifásicos.*
- 3.9. *Transporte de energía.*

RELACIÓN DE PROBLEMAS

3.1. Introducción. Generación tensión trifásica.

En la figura 3.1 se representa un alternador. Como se puede ver los polos son giratorios y las bobinas inducidas son fijas. Lo mismo se podría realizar a la inversa, pero, sin embargo, este sistema presenta ciertas ventajas desde el punto de vista constructivo, como son: poder acceder al circuito móvil con sólo dos conexiones, estas conexiones suelen ser de dimensiones más reducidas porque transportan intensidades menores que las que salen de las bobinas inducidas, también son más pequeñas las tensiones que alimentan la rueda polar, etc.

En este alternador se han dispuesto tres bobinas que están idénticamente constituidas y tienen el mismo número de espiras.

La bobina II se ha situado formando $\frac{360}{3} = 120^\circ$ con relación a la I, y la III con un ángulo de 240° .

Para ello, en las bobinas se señalan con U, V y W los extremos que, convencionalmente, consideraremos salida. Los otros extremos, llamados entradas, han sido señalados, X, Y y Z. Por lo tanto, existen dos grupos de extremos homólogos.

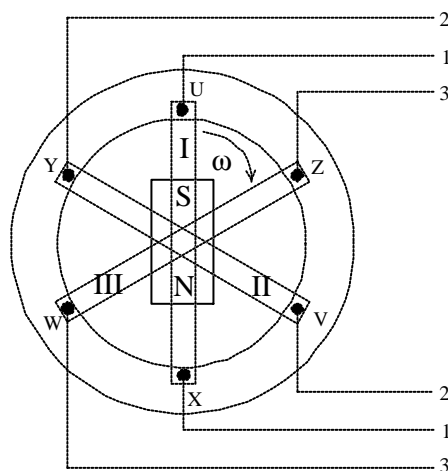


Fig. 3.1

Son los extremos homólogos los que están situados a 120° . Las flechas de valoración se eligen dirigidas, en cada bobina, de entrada a salida.

Como sea que las tres bobinas son iguales, el conocido proceso de inducción de fuerzas electromotrices será idéntico, incluso en lo cuantitativo. La diferencia

está en que, siendo T el período de giro, en II todo el proceso se realiza con un retraso $\frac{T}{3}$, y en III con otro de $\frac{2T}{3}$. En ángulos de fase los retrasos son: $\frac{2p}{3}$ y $2 \cdot \frac{2p}{3}$.

En definitiva, las f.e.m.s. son:

$$e_1 = \sqrt{2}E_1 \cos \omega t$$

$$e_2 = \sqrt{2}E_2 \cos \left(\omega t - \frac{2p}{3} \right)$$

$$e_3 = \sqrt{2}E_3 \cos \left(\omega t - 2 \cdot \frac{2p}{3} \right)$$

siendo:

$$|E_1| = |E_2| = |E_3| = |E|$$

Vamos a representar, en forma convencional, las bobinas con líneas de salida y cargas, a base de impedancias \bar{Z} , idénticas y también representaremos los respectivos diagramas vectoriales de tensiones y corrientes (figura 3.2).

Lo que se acaba de indicar no constituye un alternador trifásico, sino un alternador utilizado para generar tres tensiones monofásicas independientes.

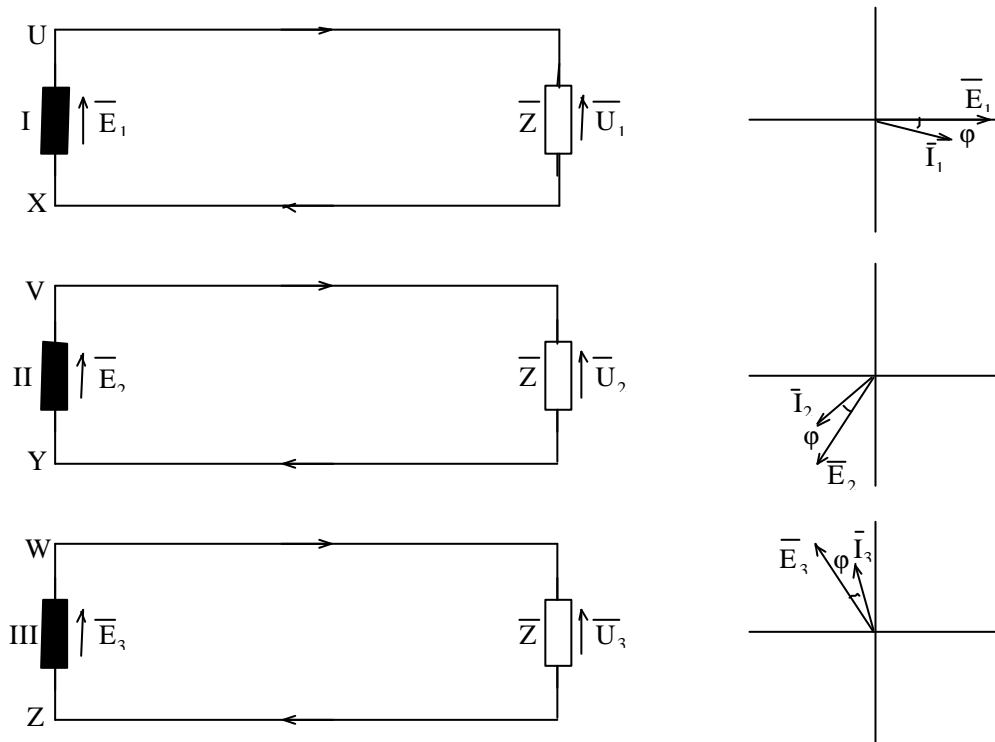


Fig 3.2

3.2. Conexión en estrella.

Los tres sistemas monofásicos pueden vincularse eléctricamente, lo que cabe realizar de varias formas. Una de ellas consiste en la llamada conexión en estrella (figura 3.3), para lo cual se unirán, eléctricamente, las entradas o las salidas.

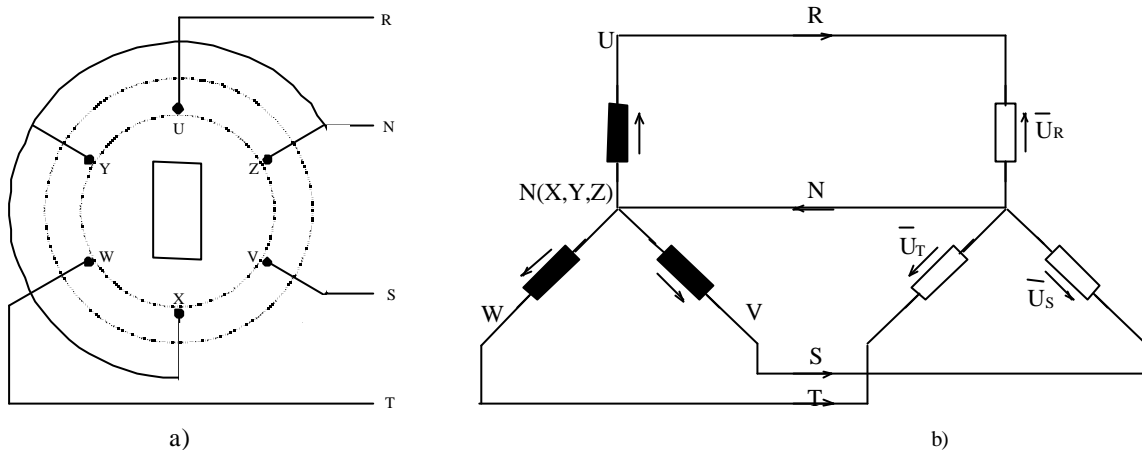


Fig. 3.3

En la figura 3.3.a están las conexiones reales sobre la máquina. Se consideran con impedancias, prácticamente nulas. La conexión X-Y-Z pasa a ser un punto del circuito. Se denominará punto neutro, N.

En el esquema figura 3.3.b se puede apreciar la unión de los puntos X, Y, Z.

Los diagramas vectoriales de los tres circuitos monofásicos quedan perfectamente vinculados (figura 3.4).

Si las impedancias de carga son iguales, como se ha supuesto, la suma

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = 0$$

o sea que, en el conjunto de los tres conductores de retorno, la corriente es nula. A un sistema de estas características se denomina equilibrado. Si se funden en uno, como se indica en el esquema de la figura 4.3.b, se denomina conductor neutro, N, y por él no retorna corriente alguna.

Las tres bobinas generadoras de f.e.m. (del inducido), constituyen las llamadas fases del alternador.

Si suponemos un sistema trifásico con impedancias de cargas desequilibradas o desiguales, las intensidades lo podrán ser en módulos y/o en ángulos de diferencia de fases con sus respectivas tensiones.

$$\sum \vec{I} = \vec{I}_N \neq 0$$

\vec{I}_N es la corriente que retorna por el neutro (ver figura 3.5).

A análogo resultado se habría llegado si, siendo las cargas equilibradas, las f.e.m. generadas (\bar{E}_1, \bar{E}_2 y \bar{E}_3) no lo fueran, es decir, si discreparan en módulo, y/o sus ángulos de diferencia de fases no fueran, exactamente, 120° y 240° .

En tal caso, se tendría un sistema trifásico desequilibrado de generación, bien fuese por no ser iguales los números de espiras de cada fase, bien por la posición de éstas en el circuito magnético del inducido.

En la práctica, no suelen interesar los sistemas de generación desequilibrados. En lo que concierne a las cargas, puede afirmarse que, en general, también se evitan los desequilibrados. No obstante, no siempre se consigue.

En virtud de lo expuesto surge, ya, una justificación de los sistemas trifásicos. El servicio que proporcionan los tres circuitos monofásicos puede ser dado por un sistema trifásico, sustituyendo los seis conductores de las líneas de los primeros, por los tres (R, S, y T) del sistema trifásico, eventualmente con el neutro, como cuarto conductor, con sección plena o mitad.

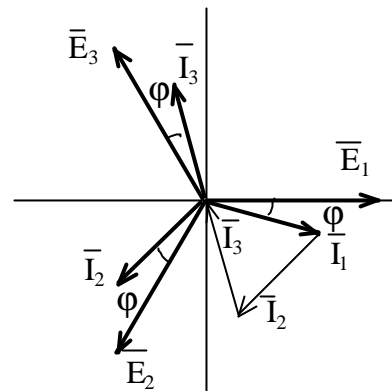


Fig. 3.4

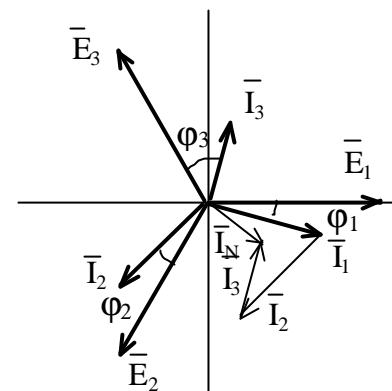
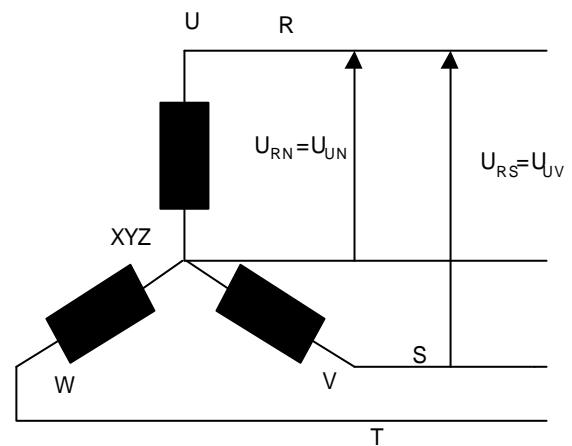


Fig. 3.5

Con la conexión en estrella, podemos obtener dos tensiones diferentes (figura de la derecha).

Se denominan tensiones simples o por fase, las existentes entre los extremos U, V ó W por un lado, y el neutro N por otro. Las tres tienen idénticos módulos; sus valores eficaces se representarán por U_f .

Si no existiera caída de tensión interna, tendría los mismos valores que las f.e.m. de las fases que se indicarán como E_f .



Reciben el nombre de tensiones compuestas o de líneas, o entre fases, las que se presentan entre U, V y W. Por ejemplo, la tensión entre U y V será:

$$\bar{U}_{UV} = \bar{U}_{UN} + \bar{U}_{NV} = \bar{U}_{UN} - \bar{U}_{VN}$$

A los valores de las tensiones compuestas se les designará por U y su relación modular con la tensión simple es:

$$U = \sqrt{3}U_f$$

La conexión en estrella no ofrece confusión posible, en lo que a intensidades concierne. Las intensidades de línea (\bar{I}_R, \bar{I}_S e \bar{I}_T) son iguales a las intensidades de fase del generador:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_1 \quad \bar{I}_S = \bar{I}_2 \quad \bar{I}_T = \bar{I}_3$$

La conexión en estrella con neutro es un sistema a cuatro hilos.

La conexión en estrella sin neutro es un sistema a tres hilos, en el que sólo disponemos de las tensiones compuestas.

Desde el punto de vista de los receptores, a los cuales van a alimentar el sistema trifásico, no importa demasiado el sistema de conexión de los generadores, sino las tensiones de que vamos a disponer.

3.3. Conexión en triángulo.

Los alternadores trifásicos admiten otro tipo de conexión llamado en triángulo. Consiste en enlazar, cíclicamente, cada final de fase con la entrada de la otra, según se puede apreciar en la figura 3.6. Como es lógico, se sigue un orden, uniendo el final o entrada de la fase U, que es la X, con la salida de la fase siguiente V. La entrada de esta fase Y se une con la W, y, por último, su entrada Z, con la U. De esta forma, queda cerrado el triángulo y de cada una de las uniones se saca una conexión, que las representaremos con las letras R, S y T y que servirán para la alimentación de los receptores (figura 3.7).

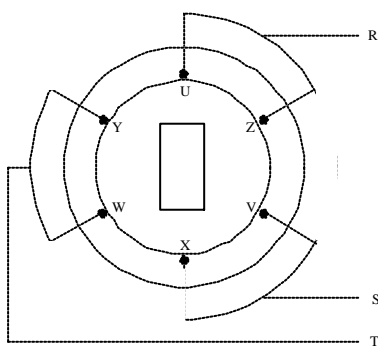


Fig. 3.6

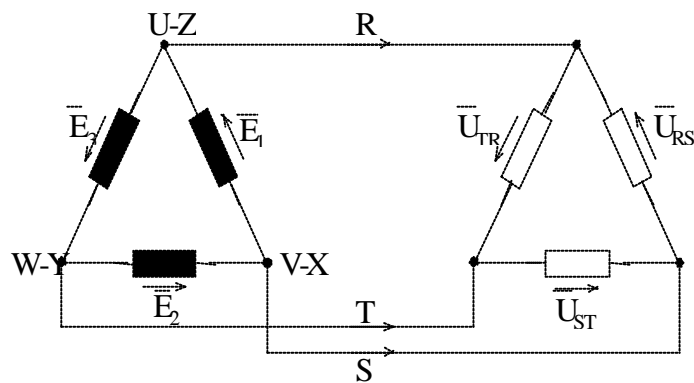


Fig. 3.7

Desde el punto de vista de los receptores, a los cuales van a alimentar el sistema trifásico, no importa demasiado el sistema de conexión de los generadores, sino las tensiones de que vamos a disponer.

La conexión en triángulo carece, físicamente, de neutro, por lo que solamente disponemos de un valor para las tensiones, con idénticos módulos para tensiones simples y compuestas (fig 3.8).

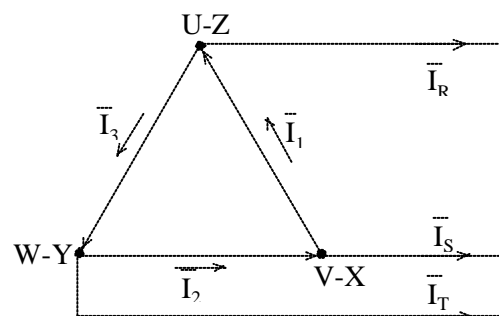


Fig. 3.8

En este caso si es importante conocer la relación existente entre las intensidades de fase de generador y las intensidades de línea.

Aplicando la primera ley de Kirchoff al nudo U, tendremos:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_R + \bar{I}_3 \quad \bar{I}_R = \bar{I}_1 - \bar{I}_3$$

$$|\bar{I}_R| = \sqrt{3}|\bar{I}_1| = \sqrt{3}|\bar{I}_3|$$

En general podemos decir que

$$I_{línea} = \sqrt{3} \cdot I_{fase}$$

En definitiva, en un sistema trifásico, cuando se indica la tensión del sistema, se entiende que se refiere a la tensión compuesta y lo mismo ocurre con las intensidades, independientemente de la conexión que tengan los generadores.

3.4. Normalización en el sistema trifásico.

En los sistemas trifásicos tenemos la posibilidad de considerar dos tipos de secuencias de fases y, por lo tanto, conviene normalizar la posición de los fasores en cada caso. Adoptaremos el siguiente convenio.

Para secuencia directa la tensión simple:

$$\bar{U}_{AN} = U_f |_{90^\circ}$$

al ser la secuencia de fase directa, obtendremos siempre el fador siguiente restando 120° al argumento del anterior, luego

$$\bar{U}_{BN} = U_f |_{-30^\circ}$$

$$\bar{U}_{CN} = U_f |_{-150^\circ}$$

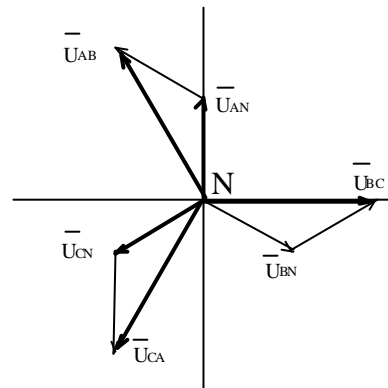


Fig. 3.9

las tensiones de línea serán

$$\begin{aligned} \bar{U}_{AB} &= \bar{U}_{AN} + \bar{U}_{NB} = \bar{U}_{AN} - \bar{U}_{BN} = U_f |_{90^\circ} - U_f |_{-30^\circ} = \\ &= jU_f - U_f \cos(-30^\circ) - jU_f \sin(-30^\circ) = U_f \left(j - \frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) = \\ &= U_f \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{3}{2} \right) = U_f \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4}} \arctg \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = U_f \sqrt{3} \arctg(-\sqrt{3}) = U_f \sqrt{3} |_{120^\circ} \end{aligned}$$

es decir:

$$\bar{U}_{AB} = \bar{U}_{AN} - \bar{U}_{BN} = \sqrt{3} \cdot U_f |_{120^\circ}$$

$$\bar{U}_{BC} = \bar{U}_{BN} - \bar{U}_{CN} = \sqrt{3} \cdot U_f |_{0^\circ}$$

$$\bar{U}_{CA} = \bar{U}_{CN} - \bar{U}_{AN} = \sqrt{3} \cdot U_f |_{-120^\circ}$$

Obteniendo el diagrama fasorial que se ha dibujado en la figura 3.9.

Si el sistema es de cuatro hilos, existirán las tensiones simples \bar{U}_{AN} , \bar{U}_{BN} y \bar{U}_{CN} , y las compuestas \bar{U}_{AB} , \bar{U}_{BC} y \bar{U}_{CA} , (estrella con neutro).

Si el sistema es de tres hilos (estrella sin neutro o triángulo), sólo consideraremos las tensiones \bar{U}_{AB} , \bar{U}_{BC} y \bar{U}_{CA} .

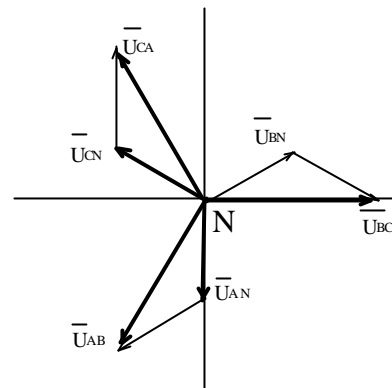


Fig. 3.10

Para secuencia inversa la tensión simple:

$$\bar{U}_{AN} = U_f \angle -90^\circ$$

En el caso de la secuencia inversa, se obtiene el fasor siguiente sumando 120° al argumento del anterior, luego

$$\bar{U}_{BN} = U_f \angle 30^\circ \text{ y}$$

$$\bar{U}_{CN} = U_f \angle 150^\circ$$

Las tensiones de línea son

$$\begin{aligned} \bar{U}_{AB} &= \bar{U}_{AN} - \bar{U}_{BN} = \sqrt{3} \cdot U_f \angle -120^\circ \\ \bar{U}_{BC} &= \bar{U}_{BN} - \bar{U}_{CN} = \sqrt{3} \cdot U_f \angle 0^\circ \\ \bar{U}_{CA} &= \bar{U}_{CN} - \bar{U}_{AN} = \sqrt{3} \cdot U_f \angle 120^\circ \end{aligned}$$

Con estos valores se obtiene el diagrama fasorial dibujado en la figura 3.10.

Se puede observar que en las dos secuencias, directa e inversa, coinciden en que \bar{U}_{BC} está en el origen de fases, lo que permitirá, a partir de aquí, construir los diagramas vectoriales.

3.5. Análisis de circuitos trifásicos simétricos.

Los sistemas trifásicos simétricos, los más frecuentes en regímenes permanentes normales de trabajo, pueden estudiarse a base de sistemas monofásicos.

Es evidente que un sistema simétrico, supuesto que tanto las generaciones como los consumos tengan las conexiones en estrella, existan conductores neutros o no, equivale a una triple repetición de los procesos que se verifican en uno de los sistemas monofásicos componentes (con atrasos $T/3$).

En consecuencia, el estudio del sistema trifásico puede reducirse al de uno de los monofásicos, a base de:

- a) Disponer conductores neutros si no existiesen.
- b) Considerar que los neutros son conductores ideales o perfectos, sin impedancias. No olvidemos que estudiamos sistemas equilibrados en los que por el neutro no retorna corriente. En consecuencia, aún cuando éste exista realmente, y posea impedancia, no ocasiona caída de tensión.
- c) Limitarse a considerar una sola fase, con sus impedancias, y el neutro, sin ellas.

En el caso en que las conexiones de generadores y receptores sean en triángulo, o en el caso mixto, cabe proceder transformando los sistemas a estrella. Como etapa previa, se sustituyen los generadores y receptores en triángulo por otros equivalentes en estrella.

En este último caso, una vez realizado el análisis del circuito y con los resultados obtenidos, hay que transformarlos al sistema original, en triángulo, que tuviéramos.

En un sistema simétrico alimentado por fuerzas electromotrices trifásicas equilibradas, es posible reemplazar los circuitos reales por circuitos ficticios en los cuales los conductores o arrollamientos de fases no están ya acoplados entre ellos y pueden ser considerados como totalmente independientes.

La extensión al sistema trifásico de los resultados obtenidos en el estudio del sistema monofásico equivalente se efectúa, fácilmente, por aplicación de las fórmulas que unen las tensiones compuestas a las simples y las corrientes en los triángulos a las de fases.

Luego, en definitiva, el estudio de un sistema trifásico equilibrado cualquiera se reduce al de un sistema monofásico constituido por una de las fases elegida arbitrariamente y por un conductor neutro sin impedancia.

En los esquemas de estos sistemas trifásicos equilibrados se suele representar una sola de las fases, siguiendo las indicaciones expresadas anteriormente, constituyendo los esquemas monofásicos o unifilares equivalentes a todo el sistema trifásico.

3.6. Potencias en sistemas trifásicos equilibrados.

La **potencia activa** de un sistema trifásico es la suma de las potencias activas de los sistemas monofásicos que lo componen. Si se supone equilibrado, la potencia activa buscada es tres veces la de uno de sus sistemas monofásicos.

En la conexión en estrella, figura 3.11, la potencia activa total del sistema (generación o recepción) será:

$$P = 3U_f I_f \cos j$$

pero como $U = \sqrt{3}U_f$ $I = I_f$

nos quedará $P = \sqrt{3}UI \cos j$

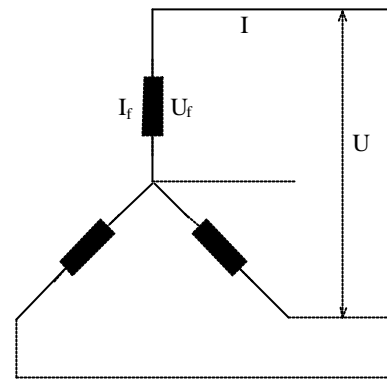


Fig. 3.11

Análogamente, la **potencia reactiva**

$$Q = 3U_f I_f \sen j$$

con las mismas relaciones entre tensiones e intensidades compuestas y simples, nos quedará:

$$Q = \sqrt{3}UI \sen j$$

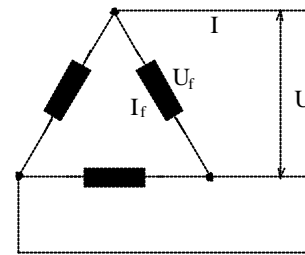


Fig. 3.12

En la conexión en triángulo, figura 3.12, la potencia activa total del sistema (generación o recepción) será:

$$P = 3U_f I_f \cos j$$

pero como $U = U_f$ $I = \sqrt{3}I_f$

nos quedará $P = \sqrt{3}UI \cos j$

Igualmente, la potencia reactiva $Q = 3U_f I_f \sen j$

teniendo las mismas relaciones entre las tensiones e intensidades compuestas y simples, obtendremos:

$$Q = \sqrt{3}UI \sen j$$

Hay que tener en cuenta que el ángulo j es el que forman los vectores \bar{U}_f e \bar{I}_f correspondientes a una misma fase y nunca el que forman la tensión compuesta \bar{U} con la intensidad de línea \bar{I} . Por lo tanto, $\cos j$ es el factor de potencia de cada sistema monofásico o fase.

Se define la **potencia aparente**, al ser el sistema equilibrado: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

y teniendo en cuenta los valores de las potencias activa y reactiva, en función de las tensiones e intensidades simples:

$$S = \sqrt{9U_f^2 I_f^2 \cos^2 j + 9U_f^2 I_f^2 \sen^2 j} = 3U_f I_f$$

que para cualquier conexión (estrella o triángulo), será:

$$S = \sqrt{3}UI$$

De igual manera, podemos definir la **potencia compleja** con la siguiente expresión:

$$\bar{S} = P + jQ$$

con lo que nos resulta la potencia activa como la parte real de la potencia aparente, correspondiendo a su parte imaginaria la potencia reactiva.

La **potencia instantánea**, suministrada o absorbida por un generador o receptor trifásico equilibrado, es constante e igual a la potencia activa.

La exposición que sigue es igualmente válida para las conexiones en estrella como para las de triángulo.

Valores instantáneos de las tensiones e intensidades de fases:

$$\begin{aligned} e_1 &= \sqrt{2}U_f \cos \omega t & i_1 &= \sqrt{2}I_f \cos(\omega t - j) \\ e_2 &= \sqrt{2}U_f \cos\left(\omega t - \frac{2p}{3}\right) & i_2 &= \sqrt{2}I_f \cos\left(\omega t - j - \frac{2p}{3}\right) \\ e_3 &= \sqrt{2}U_f \cos\left(\omega t - \frac{4p}{3}\right) & i_3 &= \sqrt{2}I_f \cos\left(\omega t - j - \frac{4p}{3}\right) \end{aligned}$$

Las potencias instantáneas serán, sabiendo que: $2 \cos a \cos b = \cos(a + b) + \cos(a - b)$

$$\begin{aligned} p_{f1} &= 2U_f I_f \cos \omega t \cdot \cos(\omega t - j) = U_f I_f [\cos j + \cos(2\omega t - j)] \\ p_{f2} &= 2U_f I_f \cos\left(\omega t - \frac{2p}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - j - \frac{2p}{3}\right) = U_f I_f \left[\cos j + \cos\left(2\omega t - j - \frac{4p}{3}\right) \right] \\ p_{f3} &= 2U_f I_f \cos\left(\omega t - \frac{4p}{3}\right) \cdot \cos\left(\omega t - j - \frac{4p}{3}\right) = U_f I_f \left[\cos j + \cos\left(2\omega t - j - \frac{8p}{3}\right) \right] \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} \cos\left(2\omega t - j - \frac{4p}{3}\right) &= \cos\left(2\omega t - j - \frac{4p}{3} + 2p\right) = \cos\left(2\omega t - j + \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(2\omega t - j - \frac{8p}{3}\right) &= \cos\left(2\omega t - j - \frac{8p}{3} + 2p\right) = \cos\left(2\omega t - j - \frac{2p}{3}\right) \end{aligned}$$

al sumar las potencias instantáneas de las tres fases nos quedaría:

$$p = p_{f1} + p_{f2} + p_{f3} = 3U_f I_f \cos j + U_f I_f \left[\cos(2\omega t - j) + \cos\left(2\omega t - j + \frac{2p}{3}\right) + \cos\left(2\omega t - j - \frac{2p}{3}\right) \right]$$

y realizando la representación fasorial del segundo término, figura 3.13, podemos observar que su resultante es nula. En consecuencia, la potencia instantánea total del sistema trifásico equilibrado es:

$$p = 3U_f I_f \cos \mathbf{j} \quad \text{es decir} \quad p = \sqrt{3}UI \cos \mathbf{j}$$

para cualquier conexión estrella o triángulo.

Esto supone otra ventaja del sistema trifásico, frente al monofásico cuya energía activa instantánea es unidireccional, mas no constante.

En máquinas rotativas trifásicas, tanto generadoras como consumidoras, significa que el par es constante. La distinta naturaleza de las potencias monofásica y trifásica equilibrada, pulsante la primera y constante la segunda, motiva que sea imposible concebir un dispositivo de transformación de un sistema trifásico equilibrado en monofásico, sin elementos volantes o acumuladores de energía que compensen. Tales volantes o acumuladores pueden ser mecánicos o de energías electromagnéticas.

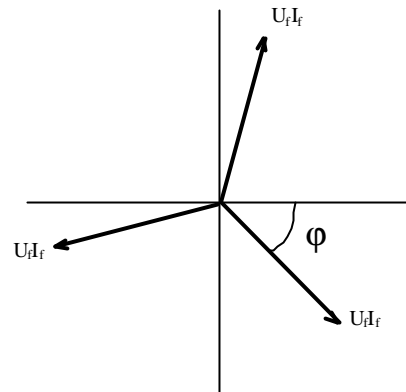


Fig. 3.13

Al ser constante el flujo energético total, en un primer examen pudiera creerse que en los sistemas trifásicos huelga el concepto de potencia reactiva. No es así, cada fase, separadamente, comporta un trasiego energético que tiene el motivo ya sabido, formación y anulación de campos magnéticos y eléctricos. Es el balance total de las tres fases que da un flujo energético continuo, ya que se compensan en sus fases de trasiego.

3.7. Potencias en sistemas trifásicos desequilibrados.

Si designamos las fases con a, b y c, cuando el sistema es desequilibrado, cada sistema monofásico tiene sus propias potencias. En tal caso, según podemos apreciar en la figura 3.14, y de acuerdo con el teorema de Boucherot:

$$P = P_a + P_b + P_c$$

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c$$

teniendo en cuenta, en las potencias reactivas, el signo que a cada una le corresponda.

De igual manera: $\bar{S} = \bar{S}_a + \bar{S}_b + \bar{S}_c$

siendo $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

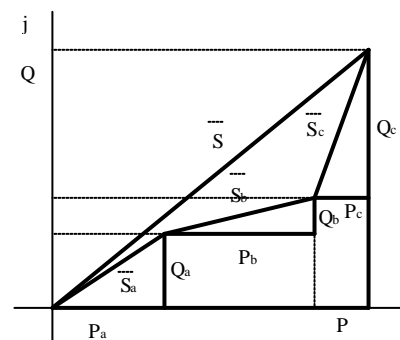


Fig. 3.14

que, también, podemos expresar en forma compleja: $\bar{S} = P + jQ$

3.8. Medida de potencia en sistemas trifásicos.

Debemos tener en cuenta que un vatímetro consta de dos bobinas o circuitos independientes, uno de intensidad y otro de tensión, indicando el vatímetro siempre el producto escalar de los dos fasores (figura 3.15):

$$W = \bar{I}_{12} \cdot \bar{V}_{34}$$

Se consideran las bornas 1 y 3 como bornas de entrada y las 2 y 4 como de salida.

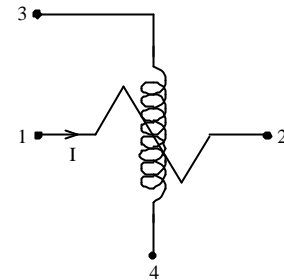


Fig. 3.15

Si el ángulo que forman \bar{I}_{12} y \bar{V}_{34} , es menor de 90°, o mayor de 270°, W será positiva.

Si este ángulo es mayor de 90° o menor de 270°, W será negativa, por lo que el vatímetro trataría de marcar en sentido contrario (si es analógico), clavándose la aguja o índice luminoso por debajo de cero.

Bastaría con invertir las conexiones de uno de los circuitos (tensión o intensidad), para obtener una lectura positiva, debiéndose tomar esta potencia pero con signo negativo.

La medida de la potencia activa en los sistemas trifásicos se nos puede presentar en diversos casos:

- a) Sistemas equilibrados con neutro (sistema a cuatro hilos).
- b) Sistemas equilibrados sin neutro (sistema a tres hilos).
- c) Sistemas desequilibrados sin neutro (sistema a tres hilos).
- d) Sistemas desequilibrados con neutro (sistema a cuatro hilos).

Estudiemos cada caso en particular.

Sistemas equilibrados con neutro (sistema a cuatro hilos)

El vatímetro se conectará según la figura 3.16, y su indicación se multiplicará por tres, dado que estamos midiendo el consumo de una sólo fase. Si la instalación es fija, la carátula del vatímetro puede tener la escala graduada con la resultante del producto.

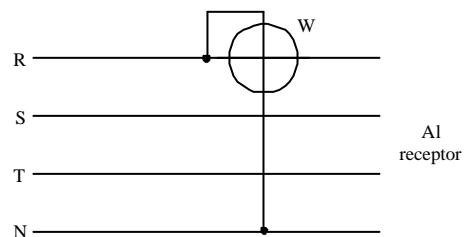


Fig. 3.16

Sistemas equilibrados sin neutro (sistema a tres hilos)

Podemos adoptar diversas soluciones:

1ª Con un solo vatímetro y disponiendo de dos resistencias idénticas a la de la resistencia interna de la parte voltimétrica del vatímetro, conectándolo, tal como indica la figura 3.17, para formar un neutro artificial para la medida.

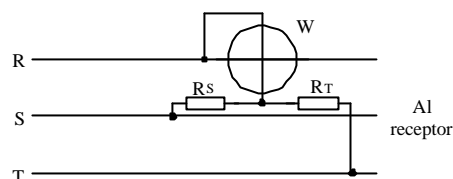


Fig. 3.17

Igual que en el caso anterior la medida del vatímetro se multiplicará por tres para obtener el consumo de las tres fases.

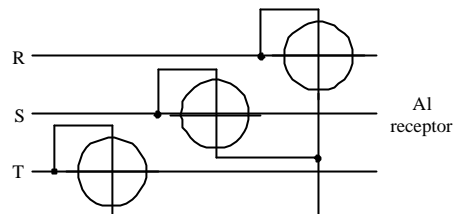


Fig 3.18

2ª Con tres vatímetros iguales, conectando cada uno en una fase y las salidas de las bobinas de tensión de los tres entre sí, para formar el neutro artificial de medida (figura 3.18).

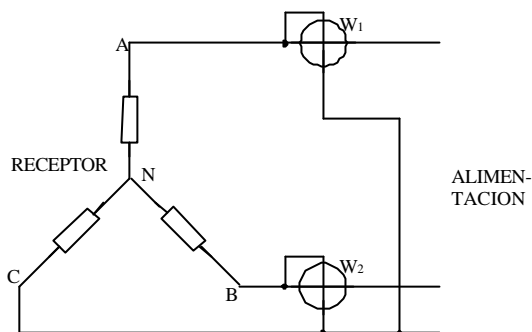


Fig.3.19

La medida de los tres vatímetros será la misma (estando el sistema equilibrado) y con la suma de las tres medidas se obtendrá la potencia consumida por el sistema trifásico.

3ª Con dos vatímetros, conocido por método de los dos vatímetros o conexión Aron (figura 3.19).

La potencia activa total consumida será:

$$P = \bar{U}_{AN} \cdot \bar{I}_A + \bar{U}_{BN} \cdot \bar{I}_B + \bar{U}_{CN} \cdot \bar{I}_C$$

y teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} \bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C &= 0 \\ \bar{I}_C &= -(\bar{I}_A + \bar{I}_B) \end{aligned} \quad (1)$$

sustituyendo:

$$P = \bar{U}_{AN} \cdot \bar{I}_A + \bar{U}_{BN} \cdot \bar{I}_B + \bar{U}_{CN} \cdot (-\bar{I}_A - \bar{I}_B) = \bar{I}_A \cdot (\bar{U}_{AN} - \bar{U}_{CN}) + \bar{I}_B \cdot (\bar{U}_{BN} - \bar{U}_{CN})$$

y como:

$$\bar{U}_{AN} - \bar{U}_{CN} = \bar{U}_{AN} + \bar{U}_{NC} = \bar{U}_{AC}$$

$$\bar{U}_{BN} - \bar{U}_{CN} = \bar{U}_{BN} + \bar{U}_{NC} = \bar{U}_{BC}$$

tendremos que:

$$P = \overline{U}_{AC} \cdot \overline{I}_A + \overline{U}_{BC} \cdot \overline{I}_B$$

Si hubiéramos despejado de (1), en vez de \overline{I}_C , la intensidad \overline{I}_A o \overline{I}_B , obtendríamos, respectivamente:

$$P = \overline{U}_{BA} \cdot \overline{I}_B + \overline{U}_{CA} \cdot \overline{I}_C$$

$$P = \overline{U}_{AB} \cdot \overline{I}_A + \overline{U}_{CB} \cdot \overline{I}_C$$

de donde sacamos la siguiente conclusión:

Se eligen dos líneas cualesquiera para conectar los circuitos de intensidad de cada vatímetro, conectando la entrada de la bobina de tensión, a la línea donde va el circuito de intensidad, y la salida, a la fase que no se utiliza en los referidos circuitos de intensidad.

Se propone como ejercicio al alumno, la demostración de la validez de éste método, cuando el receptor está conectado en triángulo (figura 3.20).

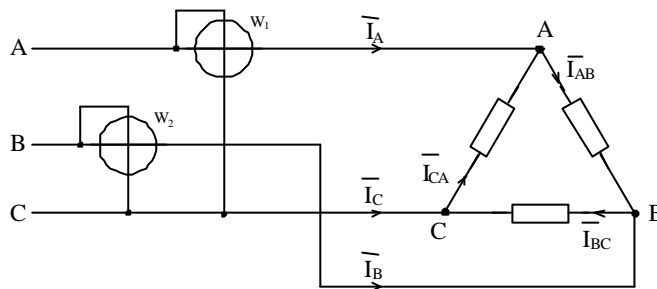


Fig. 3.20

De todo lo anterior, se deduce que para sistemas trifásicos equilibrados, sin neutro, es decir, a tres hilos, este método de los dos vatímetros nos permite obtener las potencias activa y reactiva, y también el valor del ángulo ϕ .

En los sistemas trifásicos equilibrados con o sin neutro, se puede medir la potencia reactiva por otro método diferente que responde al conexionado de la figura 3.21. También se podría aplicar este método a sistemas trifásicos desequilibrados con neutro, es decir, a cuatro hilos, siempre que se mantenga equilibrado el sistema de tensiones compuestas aplicadas.

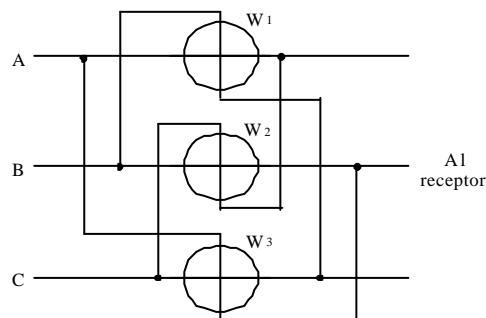


Fig. 3.21

Se demuestra identificando las medidas de cada vatímetro:

$$P_1 = I_A U_{BC} \cdot \cos(\bar{I}_A \leftrightarrow \bar{U}_{BC})$$

$$P_2 = I_B U_{CA} \cdot \cos(\bar{I}_B \leftrightarrow \bar{U}_{CA})$$

$$P_3 = I_C U_{AB} \cdot \cos(\bar{I}_C \leftrightarrow \bar{U}_{AB})$$

Suponiendo que el sistema trifásico sea de secuencia directa y el receptor inductivo, podemos representar fasorialmente las tensiones e intensidades según la figura 3.22, donde podemos identificar los ángulos cuyos cosenos medimos con los vatímetros.

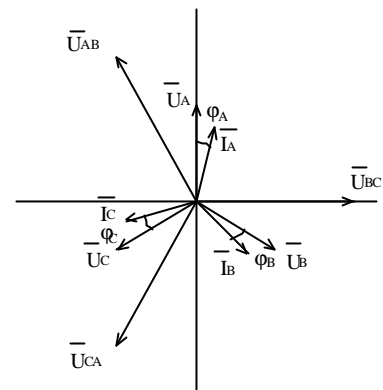


Fig. 3.22

$$\cos(\bar{I}_A \leftrightarrow \bar{U}_{BC}) = \cos(90 - j_A) = \text{sen } j_A$$

$$\cos(\bar{I}_B \leftrightarrow \bar{U}_{CA}) = \cos(90 - j_B) = \text{sen } j_B$$

$$\cos(\bar{I}_C \leftrightarrow \bar{U}_{AB}) = \cos(90 - j_C) = \text{sen } j_C$$

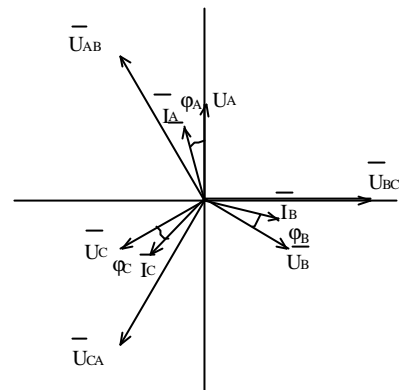


Fig. 3.23

Al ser las tensiones de línea o compuestas iguales en módulo:

$$|U_{AB}| = |U_{BC}| = |U_{CA}| = |U|$$

podemos expresar:

$$P_1 = UI_A \text{sen } j_A = \sqrt{3} Q_A$$

$$P_2 = UI_B \text{sen } j_B = \sqrt{3} Q_B$$

$$P_3 = UI_C \text{sen } j_C = \sqrt{3} Q_C$$

y, en consecuencia:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = \frac{1}{\sqrt{3}}(P_1 + P_2 + P_3) \text{ VAR}$$

obteniendo valores positivos en las medidas, para receptores inductivos.

Si la secuencia es directa, pero el receptor capacitivo, en la representación fasorial de la figura 3.23, observamos para los ángulos:

$$\cos(\bar{I}_A \leftrightarrow \bar{U}_{BC}) = \cos(90 + j_A) = -\text{sen } j_A$$

$$\cos(\bar{I}_B \leftrightarrow \bar{U}_{CA}) = \cos(90 + j_B) = -\text{sen } j_B$$

$$\cos(\bar{I}_C \leftrightarrow \bar{U}_{AB}) = \cos(90 + j_C) = -\text{sen } j_C$$

Por lo tanto, obtendremos los mismos valores indicados anteriormente, pero con signo negativo, por lo que tendremos que invertir uno de los circuitos aplicados a cada vatímetro para poder realizar las medidas.

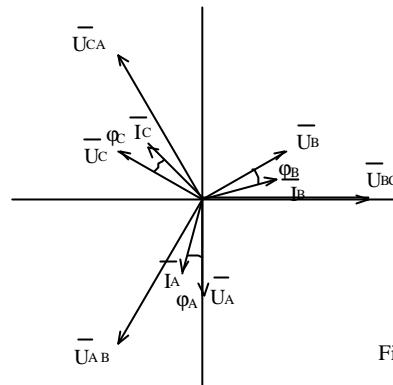


Fig. 3.24

Si la secuencia fuera inversa con receptor inductivo, tendríamos la representación fasorial de la figura 3.29 en la que los ángulos serían:

$$\cos(\vec{I}_A \leftrightarrow \vec{U}_{BC}) = \cos(90 + \mathbf{j}_A) = -\text{sen } \mathbf{j}_A$$

$$\cos(\vec{I}_B \leftrightarrow \vec{U}_{CA}) = \cos(90 + \mathbf{j}_B) = -\text{sen } \mathbf{j}_B$$

$$\cos(\vec{I}_C \leftrightarrow \vec{U}_{AB}) = \cos(90 + \mathbf{j}_C) = -\text{sen } \mathbf{j}_C$$

El comportamiento sería el mismo que para secuencia directa y receptor capacitivo.

De la misma manera, se podría comprobar el caso de secuencia inversa con receptor capacitivo, cuyo comportamiento sería el mismo que para secuencia directa con receptor inductivo.

Sistemas desequilibrados sin neutro (sistema a tres hilos)

El método de Aron o de los dos vatímetros, nos permite obtener la medida de la potencia activa del sistema, dado que la única condición que se expresaba era que no hubiera más que tres hilos. No se puede obtener los valores de la potencia reactiva ni el factor de potencia, puesto que, para ello, se exigía que el sistema estuviera equilibrado.

Sistemas desequilibrados con neutro (sistema a cuatro hilos)

Para obtener el valor de la potencia activa consumida por el sistema receptor, se conectan tres vatímetros, uno en la intensidad de cada fase, con las salidas de tensión conectadas al neutro, como se indica en la figura 3.25.

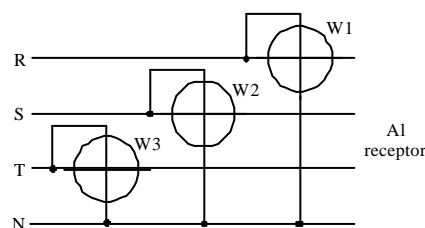


Fig.3.25

La potencia activa total consumida por el sistema será: $P = P_1 + P_2 + P_3$

3.9. Transporte de energía. Comparación sist. trifásicos y monofásicos.

El transporte de energía eléctrica con tres sistemas monofásicos nos obligaría a llevar seis conductores (dos por cada sistema monofásico) y, por lo tanto, las estructuras metálicas y obra civil para sustentar esos conductores, junto con los aisladores y herrajes necesarios.

En el caso del sistema trifásico es preciso tres conductores o, en el peor de los casos, cuatro, suponiendo que haya que transportar, también, al neutro, con los elementos necesarios de estructuras metálicas, obra civil, aisladores y herrajes para su sustentación.

También hay que tener en cuenta que, o bien la tensión entre conductores de fases para el sistema trifásico es $\sqrt{3}$ veces mayor que en los sistemas monofásicos, o bien la intensidad por conductor de fase es $\sqrt{3}$ veces mayor que la de los sistemas monofásicos.

De todo ello se puede estimar, que el costo del sistema de transporte trifásico frente al de los sistemas monofásicos es del orden del 75%.

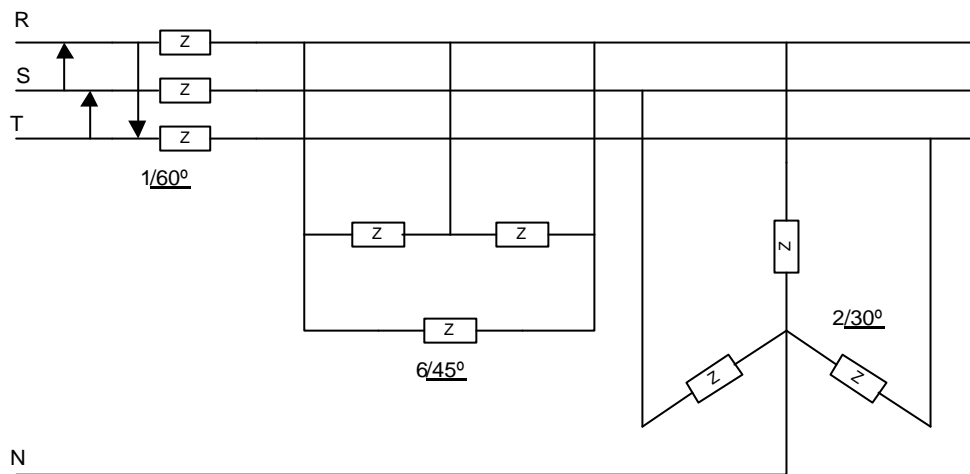
Se propone al alumno como ejercicio, implementar la tabla comparativa de energía, tensión, intensidad y valoración de los distintos sistemas

SISTEMA	HILOS	TENSIÓN	INTENSIDAD	COSTE (%)
MONOFÁSICO	2			
MONOFÁSICO	2 (Sin Neutro)			
TRIFÁSICO	3 (Sin Neutro)			
TRIFÁSICO	4			

PROBLEMAS TEMA 3. SISTEMAS TRIFÁSICOS

1.- Tres impedancias de $42/-35^\circ$ se conectan a un sistema trifásico de tres conductores, 350 V y secuencia ABC. Hallar las intensidades de corriente de línea.

2.- Una línea trifásica a tres hilos de 350 V, 50 Hz alimenta a una carga conectada en triángulo de $6/45^\circ$, y una carga conectada en estrella de $2/30^\circ$, La línea tiene una impedancia de $1/60^\circ$. Determinar la corriente de cada línea, así como la tensión en cada fase de la carga en estrella.



3.- Un motor de inducción de 37'3 KW, con un rendimiento a plena carga del 85% y factor de potencia de $\cos\phi=0'8$, se conecta a un sistema trifásico de 480 V. Hallar la impedancia en estrella equivalente que puede sustituir a dicho motor.

4.- Una carga en triángulo equilibrada con impedancias de $27/-25^\circ\Omega$ y otra en estrella equilibrada con impedancias de $10/-30^\circ\Omega$, se conectan a un sistema trifásico de conductores, 208 V y secuencia directa. Hallar las intensidades de corriente de línea y la potencia en cada carga.

